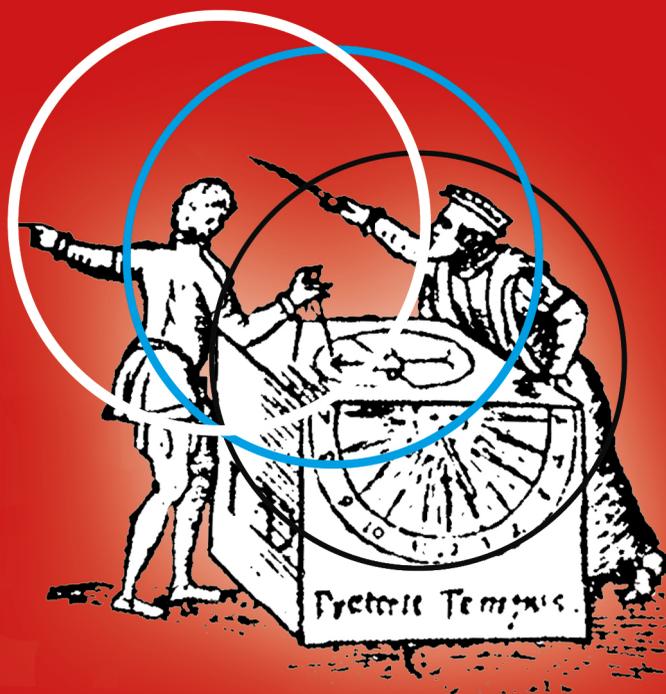


In altri termini

**Materiali per laboratori di geometria:
Didone, Euclide, Ipazia, Galileo**

Nicoletta Lanciano Rita Montinaro



Indice

Premessa	9
Il contesto: l'Officina Matematica di Emma Castelnuovo	9
Il laboratorio adulto	10
Introduzione ai laboratori	11
I destinatari	21
Gli aspetti matematici	22
La geometria di Didone: l'area massima con un perimetro dato	25
Le astuzie della regina Didone	25
L'attività di laboratorio	26
La restituzione: il canovaccio teatrale	27
Riflessioni didattiche	31
In classe	34
La geometria di Euclide: la costruzione dell'angolo di 24 gradi	37
Il geometra Euclide: Alessandria d'Egitto tra astronomia e geometria	37
L'attività di laboratorio	39
La restituzione: il canovaccio teatrale	45
La geometria di Ipazia: le coniche	51
Ipazia insegna geometria	51
Dal film Agorà	52
L'attività di laboratorio	55
La restituzione: il canovaccio teatrale	58
Riflessioni sulle costruzioni delle ellissi	59
La geometria di Galileo: superfici e volumi	63
Galileo geometra	63
L'attività di laboratorio	65
La restituzione: il canovaccio teatrale	68
In classe	70

Le osservazioni dell'insegnante	72
Dal quaderno di un allievo	72
Osservazioni sui lavori fatti nelle classi	74
I quattro laboratori e il Manifesto MCE sulla Matematica	76
Bibliografia	83
Sitografia	83
Referenze iconografiche	83

Premessa

Il contesto: l'Officina Matematica di Emma Castelnuovo

L'Officina Matematica di Emma Castelnuovo presso la Casa-laboratorio di Cenci¹ è il contesto in cui abbiamo sperimentato per la prima volta le attività a cui facciamo riferimento in questo lavoro. In modo analogo, ma non identico, le abbiamo riproposte in altre situazioni di formazione in servizio degli insegnanti, che ne hanno poi curato la trasposizione didattica in classi di scuola primaria e secondaria di primo grado.

Emma Castelnuovo (1913-2014) per tutta la vita ha insegnato matematica nella scuola media, rivoluzionandone la didattica. Ha sempre operato in modo che la matematica non fosse un'arma di selezione, ma un varco per avvicinare al pensiero libero, in un ambiente-scuola democratico, pubblico e laico, con una metodologia attiva.

L'Officina Matematica è un luogo dove si sperimenta l'insegnamento della matematica e l'attenzione didattica che abbiamo imparato da Emma Castelnuovo, una matematica per tutti e connessa alla cultura, alla natura, all'arte, alle invenzioni umane. Una “matematica nella realtà”, in cui è promosso l'uso delle mani, degli oggetti, dei materiali dinamici, e non solo del linguaggio, di formule e di pensiero astratto. Una matematica che porta ad avere attenzione ai “casi limite” dei fenomeni osservati o prodotti, alla matematizzazione dei fenomeni reali, alla storia della scienza, e alla restituzione e alla cura, anche estetica, dei materiali che si usano e si producono. È un luogo dove si sperimenta il laboratorio adulto proprio del Movimento di Cooperazione Educativa – l'associazione di insegnanti di cui facciamo parte, come specifichiamo meglio in seguito – in cui si è coinvolti in prima persona come adulti, prima che come insegnanti ed educatori; un luogo dove si fa e si consolida l'amicizia con la matematica e si

¹ Castelnuovo, E., *L'officina matematica: ragionare con i materiali*, La Meridiana, Molfetta 2008.

lavora su eventuali paure e distanze dalla matematica sperimentate e accumulate nella propria storia scolastica e professionale e che, come insegnanti, vogliamo prevenire o sanare.

Riconosciamo che la bellezza della matematica deriva dall'apprezzamento e dalla sensibilità sviluppate verso di essa, quindi, da emozioni e percezioni individuali che nella formazione di un insegnante hanno un ruolo cruciale.

La formazione presso l'*Officina Matematica* dura tre giorni, un tempo lungo, di tipo residenziale, in cui si ha il tempo di tornare sulle proprie produzioni, di incoraggiare gli aspetti riflessivi e metacognitivi attraverso il lavoro cooperativo in gruppo, di sperimentare la "non fretta". Si può valutare in tal modo, nella formazione in servizio cooperativa, il tempo necessario perché si sviluppi un pensiero, si formuli e si precisi una domanda, si cerchino risposte a tentoni, si delinei una strategia o più di una: sono per noi "maestri", in questo tipo di rapporto con il tempo, le esperienze di attesa del tramonto del Sole, del ritorno della Luna Piena, il tempo necessario per accorgersi che le ombre ruotano...

Di solito, si fa in modo che in ogni gruppo di lavoro siano presenti insegnanti di tutti gli ordini di scuola, dall'infanzia alle superiori. Lavorare insieme, tra insegnanti di livelli scolastici differenti, e anche di diverse discipline di insegnamento, porta a toccare con mano la ricchezza della ciclicità del tornare sugli stessi argomenti a età diverse, e a volte anche con lo sguardo di ambiti disciplinari diversi, che di norma hanno scopi, e mettono in campo, competenze e approcci diversi, e che va oltre la linearità dei libri di testo, la frammentarietà e la perdita di senso dei saperi parcellizzati.

Il laboratorio adulto

Come già accennato, nella pratica del Movimento di Cooperazione Educativa una parte importante è costituita dal laboratorio adulto, cioè proposto da adulti ad altri adulti, quasi sempre educatori, nel quale tutti sono messi in una situazione di sperimentazione di ap-

prendimenti, di confronti e scambi, in modo cooperativo.

Di solito questo percorso è fatto per sé, in quanto persona adulta, senza preoccuparsi troppo, almeno in una prima fase, delle ricadute didattiche e pedagogiche di ciò di cui si sta facendo esperienza. Chi propone il laboratorio adulto ha molto chiaro questo presupposto, e lo progetta badando che tutti, come adulti, siano immersi in una situazione in cui poter sperimentare pienamente su di sé l'incontro con un oggetto sconosciuto, proprio come accade a chi è in una situazione di apprendimento a trecentosessanta gradi. Si tratta di preparare un ambiente favorevole alla scoperta di oggetti culturali, attraverso i quali interrogarsi, per acquisire consapevolezza, in prima persona, delle difficoltà (di linguaggio, del porre domande pertinenti, di fare e accettare o meno ipotesi e spiegazioni, di lavorare in modo cooperativo, di ascoltare gli altri...) che spesso accompagnano le situazioni educative e di apprendimento.

Si mira, inoltre, a far vivere esempi positivi di situazioni di apprendimento, perché l'esempio dato dal formatore vale più delle sue parole; si privilegiano prove e inciampi, attraverso i quali poter esplicitare le proprie difficoltà – cognitive, percettive, emozionali, epistemologiche – si forniscono, infine, occasioni per riflettere, come insegnante futuro o in servizio, sul proprio lavoro.

Lo “stile” dei laboratori proposti è improntato alla pratica didattica del Gruppo di Ricerca di Pedagogia del Cielo del Movimento di Cooperazione Educativa.

Introduzione ai laboratori

Quando abbiamo progettato i laboratori adulti qui presentati, abbiamo cercato di rispondere a questa domanda: in che modo le parole della scienza, incontrando l'esperienza percettiva e corporea, possono essere espresse anche in forme narrative quali il racconto, la drammaturgia, il canto e la poesia oltre all'uso di disegni, di raccolta di dati e osservazioni in natura, di modelli e formule?

Ci soffermiamo qui sullo strumento costituito dalla poesia messa

in musica e cantata in coro. Altri tipi di registro, utilizzati nei laboratori, verranno esplicitati nei prossimi paragrafi.

Un primo esempio che va nella direzione delineata è il canto ideato all'inizio dei corsi di formazione presso la Casa-laboratorio di Cenci negli anni 1983-85, quando abbiamo messo in musica un frammento di Empedocle «Acqua, terra, aria e Sole».

Acqua terra aria e Sole

In quale modo avvenga
che mischiandosi acqua e terra
aria e sole
si compongano le forme e i colori
degli esseri mortali.
Gli alberi alti
le fiere e gli uccelli
gli uomini e le donne
i fuselli marini.
Tutte cose che nascono son tali
congiunte da Afrodite
acqua terra aria e sole.

Empedocle, Poema fisico e lustrale

Nel corso degli anni, all'interno del gruppo, e in continuità con il lavoro sulla voce e sul canto che alcuni di noi andavano sviluppando, l'espressione musicale si è andata configurando sempre più come un indispensabile tassello di quel "multiforme oggetto di artigianato collettivo" che vede la luce ogni volta che proponiamo un'attività di osservazione e di lavoro con il cielo.

Siamo convinti che conoscere vuol dire anche con-fondere e unire al linguaggio della scienza il linguaggio dell'arte, nelle sue diverse forme: l'arte del narrare, la produzione di pitture e la "scultura" della creta, la danza, il canto e il suono; tutto ciò è entrato nelle nostre proposte sin dall'inizio e sempre ha rappresentato l'opportunità di un'espressione originale, personale, senza giudizio, da "artigiani e dilettanti"; è accaduto alcune volte di scoprire o riscoprire passioni

e comunque, sempre e per tutti, la produzione artistica ha rappresentato un momento di efficace comunicazione e di benessere personale; il canto, in particolare, svolge, per chi lo pratica, una specie di “massaggio interno” ad opera della voce, fonte di grande piacere e di soddisfazione. All’aspetto della piacevolezza del linguaggio abbiamo però da subito unito quello di una ricerca convergente con l’oggetto del nostro interesse, cioè il cielo e le sue relazioni con la Terra. Abbiamo così cantato canti di altri, soprattutto canti tradizionali provenienti anche da lontane parti del mondo, in lingue a noi sconosciute, che hanno in comune l’espressione di un sentire universale e di un profondo legame con la natura.

Ma abbiamo anche inventato musiche sui versi di illustri poeti e scrittori. I lirici greci sono stati la nostra prima “riserva di poesia”; presto si sono aggiunti Federico Garcia Lorca, Jorge Luis Borges e altri, incontrati sulla via della nostra ricerca di relazione con il cosmo.

È difficile raccontare come e perché proprio quella musica si sia presentata alla voce e ci sia sembrata giusta per quei versi, per quella metrica, per quel contenuto poetico, per quell’oggetto di conoscenza. Nessuno di noi è un vero musicista, alcuni di noi sono appassionati alla musica; soprattutto la passione e la curiosità hanno guidato le nostre artigianali invenzioni musicali.

Indimenticabili, poi, sono state le creazioni, da parte di partecipanti ai nostri corsi, di canzoni nate quasi sempre in piccoli gruppi e che avevano come fonte d’ispirazione i testi di titolati e nobili maestri.

«Appena leggevo uno scrittore, discernivo quasi subito sotto le parole l’aria della canzone, che in ognuno è diversa da quella degli altri; e, mentre leggevo, senza accorgermene, la canticchiavo, acceleravo le note o le rallentavo o le interrompevo, come facciamo quando si canta, aspettando sovente a lungo, secondo la misura della battuta, prima di dire la fine di una parola.»

Quello che scrive Marcel Proust² è un po’ quello che è accaduto a noi, quando, insieme, abbiamo atteso, cercato e trovato l’aria di

² Proust, M., *Contro Sainte-Beuve*, ET Einaudi, Torino 1991, p. 104.

“quella” canzone. Poiché i primi testi greci e latini di Astronomia sono stati scritti in poesia, è stato coerente musicare un brano di Arato di Soli³ poeta greco del primo Ellenismo, che descrive la Via Lattea, cantato in coro durante una recente esperienza dell'*Officina Matematica*. Riportiamo le parole del canto.

La Via Lattea

Se mai ti scese in cuor
stupore nell'osservar il ciel
diviso in due da un cerchio in tutta la lunghezza
se qualcuno quello ti additò
bello e splendente
sappi che Latte lo chiamano gli uomini.

Arato di Soli, *Phaenomena*

Durante i nostri corsi il canto corale ha accompagnato azioni nella natura, come l'attesa dell'alba e del tramonto degli astri o il trascorrere del tempo, a volte scandito da passi di danza, altre volte ha accompagnato il camminare o il remare, come è accaduto su un galeone, nelle acque dei laghi di Sabaudia; in quella occasione sono nati tre canti, le cui parole erano tratte da brani dell'*Odissea*; ne presentiamo uno, che celebra la potenza dei venti:

Borea, zefiro, scirocco

Venti stridenti e smisurati flutti
Li frange, li frange un piccoletto sasso
Ingegnoso Odisseo
Spiegate le vele bianche
Siedi, siedì
La nave porterà il soffio di Borea
...venti stridenti...
...la nave porterà...

Omero, *Odissea*

Ogni volta i canti sono stati appresi oralmente, frazionando il testo

³ Arato di Soli, *Fenomeni*, a cura di V. Gigante Lanzara, Garzanti, Milano 2018.

e la musica, ascoltando e ripetendo “ad eco” sempre insieme, in forma corale; l’ascolto attento e partecipe riveste un ruolo centrale in questo lavoro. L’allenamento all’ascolto è favorito se si è immersi nella natura; Nora Giacobini, insegnante rivoluzionaria a scuola e attiva nel MCE fino alla fine degli anni Novanta, ha proposto per molti anni a bambini e adulti, sotto gli alberi della Casa-laboratorio di Cenci, l’ascolto del canto degli uccelli, modulandolo in tante diverse declinazioni: i vicini e i lontani, gli uguali e i diversi, i preferiti, i loro significati, le imitazioni. Come faceva Nora, cantiamo sempre all’aperto, in contatto e in relazione con gli elementi naturali, per far vibrare suoni antichi, legati alle nostre radici; ogni canto è “mosso” da tutto il corpo e accompagnato con strumenti, anche artigianali, fino a incorporarlo, per appropriarcene completamente, attraverso la sola trasmissione orale.

Infine, una riflessione sul valore educativo del canto in forma corale: cantando insieme è forte la dimensione etica, rintracciabile nella necessità di rispettarci reciprocamente, un esempio di convivenza civile dove personalità diverse si mettono insieme per raggiungere un risultato comune. Per poter cantare in coro è indispensabile riuscire a non ascoltare la propria voce, ma quella di chi ci sta accanto, a destra e a sinistra; in questo modo nessuno alza la voce e non si rischia di coprire le altre con la propria, per giungere tutti insieme all’armonia.

Il canto e la poesia sono solo due tra le tante possibilità di operare sullo stesso concetto utilizzando registri diversi, attraverso i quali ciascuno può incontrare quello più congeniale alle proprie modalità di comprensione e ragionamento.

Secondo il ricercatore in didattica della matematica Luis Radford⁴, proprio per distinguere l’oggetto matematico rappresentato, ad esempio il cerchio, dalla sua rappresentazione, come il tracciato della sua circonferenza sulla sabbia o un disco circolare pieno, bisogna ricorre-

⁴ Radford, L., Demerco S., *Comunicazione e apprendimento. Riferimenti concettuali e pratici per le ore di matematica*, Pitagora edizioni, Bologna 2006.

Un percorso di formazione per insegnanti da cui emerge come la matematica sia cosa viva, che cambia nel tempo, frutto dei luoghi e del contesto culturale. Dall'insegnamento di Emma Castelnuovo i laboratori, per insegnanti di diversi gradi scolastici, su temi di didattica della matematica e dell'astronomia, si basano su premesse valide a diverse età: entrare nella storia delle discipline, inquadrare l'oggetto di indagine in un percorso di tipo storico, per far cogliere quanto in una determinata epoca già si conosceva (o non si conosceva) su che cosa ci si interrogava, e quanto un'epoca successiva abbia talvolta spazzato via intuizioni feconde e conoscenze sullo stesso argomento. Praticare la didattica attiva: disegnare, ritagliare, comporre nello spazio tridimensionale, usare il corpo, utilizzare la narrazione della scienza, anche in relazione a concetti e idee da altri campi del sapere, come la filosofia e l'arte, come strumento facilitante l'appropriazione di fenomeni. Insegnare a "so-stare con le domande", non dare risposta a tutto, quanto piuttosto insistere sull'importanza di imparare a porre e a porsi domande sensate, vere e non retoriche.

I quattro scienziati "protagonisti" nei laboratori "irrompono" con una domanda/problema e con diversi stili narrativi: Didone con un testo letterario latino; Euclide con un suo testo dagli *Elementi*; Ispazia attraverso fonti letterarie e filmiche; Galileo con un frammento dal suo *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*.

Rita Montinaro, laureata in Pedagogia, ha insegnato nella scuola primaria, è stata tutor di tirocinio didattico in Scienze della Formazione primaria all'università della Basilicata. Attiva nel Gruppo Nazionale di ricerca MCE sulla Pedagogia del cielo e nella Casa Laboratorio di Cenci, è autrice di testi e articoli sulla didattica laboratoriale, didattica dell'astronomia e sui temi dell'educazione.

Nicoletta Lanciano, laureata in Matematica con una tesi sulla didattica nelle classi di Emma Castelnuovo, ha discusso la prima tesi di dottorato in didattica dell'Astronomia in Europa, all'università di Ginevra. Insegna Didattica delle scienze all'Università "La Sapienza" di Roma. Autrice di testi e contributi a convegni anche internazionali, fa ricerca sull'insegnare e apprendere astronomia e geometria, sviluppando percorsi e strumenti anche fuori dalle aule, in città e in natura. Attiva nella Casa-laboratorio di Cenci dal 1980, è responsabile del Gruppo nazionale MCE sulla Pedagogia del cielo e organizzatrice del Progetto Internazionale Globalocal, sull'uso democratico e inclusivo del mappamondo. Fa parte del Direttivo della Società Italiana di Archeoastronomia.