

UMI

Editoria

Didattica

Olimpiadi

Risorse

Matematica 2001

Materiali per un nuovo curriculum di matematica con suggerimenti per attività e prove di verifica (scuola elementare e scuola media)

Prima parte

- [Frontespizio](#)
- [Presentazione](#)
- [Introduzione](#)
- [Competenze trasversali](#)
- [Competenze matematiche nei vari nuclei](#)
- [Indicazioni didattiche](#)
- [Contesti di apprendimento](#)
- [La discussione matematica in classe](#)
- [La valutazione in matematica](#)
- [Le nuove tecnologie nelle attività di insegnamento-apprendimento della matematica](#)
- [Elenchi](#)

Seconda parte non linkata

- Nucleo: il numero
 - [introduzione](#)
 - [Livello: scuola elementare](#)
 - [Livello: scuola media](#)
- Nucleo: lo spazio e le figure
 - [introduzione](#)
 - [Livello: scuola elementare](#)
 - [Livello: scuola media - 1](#)
 - [Livello: scuola media - 2](#)
 - [Livello: scuola media - 3](#)
 - [Livello: scuola media - 4](#)
 - [Livello: scuola media - 5](#)
- Nucleo: le relazioni
 - [introduzione](#)
 - [Livello: scuola elementare](#)
 - [Livello: scuola media](#)
- Nucleo: i dati e le previsioni
 - [introduzione](#)
 - [Livello: scuola elementare - 1](#)
 - [Livello: scuola elementare - 2](#)
 - [Livello: scuola elementare - 3](#)

- [Livello: scuola elementare - 4](#)
- [Livello: scuola elementare - prove di verifica](#)
- [Livello: scuola media - 1](#)
- [Livello: scuola media - 2](#)
- [Livello: scuola media - prove di verifica](#)
- **Nucleo: argomentare e congetturare** il LINK è SOLO SU SCUOLA ELEMENTARE - 3
 - [introduzione](#)
 - [Livello: scuola elementare - 1](#)
 - [Livello: scuola elementare - 2](#)
 - [Livello: scuola elementare - 3](#) LINKATA
 - [Livello: scuola elementare - 4](#)
 - [Livello: scuola elementare - prove di verifica](#)
 - [Livello: scuola media - 1](#)
 - [Livello: scuola media - 2](#)
 - [Livello: scuola media - 3](#)
 - [Livello: scuola media - prove di verifica](#)
- Nucleo: misurare
 - [introduzione](#)
 - [Livello: scuola elementare](#)
 - [Livello: scuola media](#)
- Nucleo: porsi e risolvere problemi
 - [introduzione](#)
 - [Livello: scuola elementare - 1](#)
 - [Livello: scuola elementare - 2](#)
 - [Livello: scuola media](#)

**XXII Convegno UMI-CIIM
Ischia 15-17 novembre 2001**

Matematica 2001

**Materiali per un nuovo curriculum di
matematica con suggerimenti
per attività e prove di verifica
(scuola elementare e scuola media)**

Il presente volume, in questa forma provvisoria, è destinato esclusivamente ai lavori del XXII Convegno UMI-CIIM. Si tratta di una prima bozza, soggetta a futuri ampliamenti ed eventuali revisioni. Si ringraziano quanti vorranno segnalare errori e suggerire modifiche (scrivere a umi@dm.unibo.it oppure direttamente ad arzarello@dm.unito.it).

Presentazione

Nel luglio 2000 il Presidente dell'Unione Matematica Italiana (UMI), prof. Carlo Sbordone, facendo seguito ad una delibera della Commissione Scientifica dell'Unione, ha insediato una Commissione per lo studio e l'elaborazione di un curriculum di matematica per la scuola elementare, media e superiore, adeguato ai mutati bisogni della società del nuovo secolo. Iniziative analoghe erano intraprese anche da associazioni di matematici in Europa e nel mondo, che avvertivano le stesse esigenze.

La Commissione è coordinata dal Presidente della CIIM (Commissione Italiana per l'Insegnamento della Matematica), prof. Ferdinando Arzarello, e costituita da docenti sia universitari sia della scuola. In particolare ne fanno parte i membri dell'attuale CIIM e i suoi passati Presidenti.

La Commissione ha deciso di elaborare al momento un curriculum per la scuola elementare, media e superiore, definendo le conoscenze fondamentali in matematica, indipendentemente dalla varietà dei corsi di studio di quest'ultima. È emersa perciò l'idea della "matematica per il cittadino", cioè di un corpus di conoscenze e competenze fondamentali, necessarie a tutti coloro che entrano nell'attuale società, da acquisire secondo una scansione organica articolata nei successivi livelli scolastici.

Per ora sono stati completati i lavori relativi alla scuola elementare e alla scuola media, che costituiscono la prima parte del presente volume. È in corso di elaborazione il curriculum relativo alla scuola secondaria superiore.

Alla conclusione della prima fase dei lavori, la Commissione ha deciso di promuovere iniziative volte ad illustrare il significato delle scelte operate all'interno del curriculum. In questa prospettiva ha ritenuto che i messaggi da lanciare al mondo degli insegnanti di matematica sarebbero stati meglio compresi attraverso concrete esemplificazioni.

Perciò un gruppo di 40 esperti (ispettori, docenti universitari, insegnanti della scuola elementare e della scuola media, alcuni dei quali membri della Commissione stessa) ha lavorato per due settimane, durante un seminario residenziale svoltosi a Viareggio, alla produzione di un cospicuo numero di esempi di attività didattiche e di suggerimenti per prove di verifica, coerenti con gli obiettivi del curriculum elaborato.

Tale attività è stata realizzata nell'ambito delle finalità previste da un Protocollo d'Intesa, sottoscritto nel 1993 dal Ministero della Pubblica Istruzione e dall'UMI, esteso nel 1999 alla Società Italiana di Statistica, il cui scopo è una sempre maggiore qualificazione dell'insegnamento della matematica nella scuola italiana.

Il lavoro così prodotto costituisce la seconda parte del presente volume.

Le due parti, curricula ed esempi, sono organizzate nel seguente modo.

I curricula sono presentati separatamente per la scuola elementare e per la scuola media. Essi sono preceduti da una *premessa* comune, che individua le linee guida per l'insegnamento della matematica, e dall'indicazione delle *competenze generali e trasversali* che devono essere acquisite in matematica al termine dei due cicli di scuola considerati. L'esposizione dei curricula proposti è completata da documenti che esprimono il punto di vista della Commissione UMI su vari aspetti, quali l'*approccio didattico*, i *contesti di apprendimento*, la *discussione matematica in classe*, la *valutazione*, il *ruolo delle tecnologie*.

La seconda parte presenta gli esempi di attività didattica e di elementi di verifica organizzandoli in relazione ai vari nuclei previsti nei curricula; in ogni esempio è indicato il livello scolastico più appropriato cui esso si riferisce. Ciò in quanto i docenti di scuola elementare e di scuola media hanno lavorato congiuntamente ai diversi filoni per quella continuità ed osmosi tra i vari gradi di scuola che deve caratterizzare un buon insegnamento.

Indice

La struttura del documento

Il presente documento è suddiviso in due parti.

La prima parte contiene:

- alcune linee guida per l'insegnamento della matematica nella scuola elementare e nella scuola media, suddivise in una *Premessa*, una discussione sulla *Didattica*, sui *Contenuti* e sui *Tempi dell'apprendimento* in matematica;
- le *Competenze e trasversali* e quelle *generali in matematica* che devono essere acquisite al termine dei due cicli di scuola;
- la descrizione dei quattro *Nuclei tematici* (Il numero, Lo spazio e le figure, Le relazioni, I dati e le previsioni), dove sono evidenziate le competenze specifiche disciplinari e i relativi contenuti, e dei tre *Nuclei di processo* (Argomentare e congetturare, Misurare, Risolvere e porsi problemi), descritti in termini di competenze specifiche. I nuclei sono articolati opportunamente per la scuola elementare e per la scuola media;
- i *Contesti di apprendimento*;
- una serie di allegati che comprende alcune *Indicazioni didattiche*; una riflessione sui *Contesti di apprendimento* per la matematica, sulla *Discussione matematica in classe* e sulla *Valutazione*; un *Documento sulle Nuove tecnologie*.

La seconda parte contiene esempi di *Attività didattiche* ed *Elementi di prove di verifica*, relative al curricolo riportato nella prima parte. Il materiale è organizzato in relazione ai nuclei, sia tematici sia di processo, ed è articolato per livelli scolastici (prima e seconda elementare; terza, quarta e quinta elementare; prima, seconda e terza media).

La matematica nella scuola elementare e media

1. Premessa

L'educazione matematica deve contribuire a una formazione culturale del cittadino, in modo da consentirgli di partecipare alla vita sociale con consapevolezza e capacità critica. Le competenze del cittadino, al cui raggiungimento concorre l'educazione matematica, sono per esempio: esprimere adeguatamente informazioni, intuire e immaginare, risolvere e porsi problemi, progettare e costruire modelli di situazioni reali, operare scelte in condizioni di incertezza. Infatti, la conoscenza dei linguaggi scientifici, e tra essi in primo luogo di quello matematico, si rivela sempre più essenziale per l'acquisizione di una corretta capacità di giudizio. Per questo la matematica concorre, insieme con le scienze sperimentali, alla formazione di una dimensione culturale scientifica. In particolare, l'insegnamento della matematica deve avviare gradualmente, a partire da campi di esperienza ricchi per l'allievo, all'uso del linguaggio e del ragionamento matematico, come strumenti per l'interpretazione del reale, non unicamente come bagaglio astratto di nozioni. La formazione del curriculum scolastico non può prescindere dal considerare sia la funzione strumentale, sia quella culturale della matematica: strumento essenziale per una comprensione quantitativa della realtà da un lato, e dall'altro sapere logicamente coerente e sistematico, caratterizzato da una forte unità culturale. Entrambe sono essenziali per una formazione equilibrata degli studenti: priva del suo carattere strumentale, la matematica sarebbe un puro gioco di segni senza significato; senza una visione globale, essa diventerebbe una serie di ricette prive di metodo e di giustificazione. I due aspetti si intrecciano ed è necessario che l'insegnante li introduca entrambi in modo equilibrato fin dai primi anni della scuola elementare. Dentro a competenze strumentali come contare, eseguire semplici operazioni aritmetiche sia mentalmente che per iscritto, saper leggere dati rappresentati con una tabella, un istogramma, un diagramma a torta, o un grafico, misurare una grandezza, calcolare una probabilità è infatti sempre presente un aspetto culturale, che collega tali competenze alla storia della nostra civiltà e alla complessa realtà in cui viviamo. D'altra parte, l'aspetto culturale, che fa riferimento a una serie di conoscenze teoriche, storiche ed epistemologiche, quali la padronanza delle idee fondamentali di una teoria, la capacità di situarle in un processo evolutivo, di riflettere sui principi e sui metodi impiegati, non ha senso senza i riferimenti ai calcoli, al gioco delle ipotesi, ai tentativi ed errori per validarle, ecc., che costituiscono il terreno concreto e vivo da cui le conoscenze teoriche della matematica traggono alimento. Per questo entrambi i tipi di competenze costituiscono obiettivi di lungo termine, alcuni dei quali potranno essere conseguiti compiutamente nella scuola superiore; la loro costruzione si deve però iniziare già nella scuola elementare e nella scuola media, realizzando una didattica di tipo elicoidale, che riprende gli argomenti approfondendoli di volta in volta. Il nesso profondo tra aspetti strumentali e culturali potrà in particolare essere colto dagli alunni proponendo loro opportune riflessioni storiche, introdotte gradualmente, senza forzature e anticipazioni. Essendo per sua natura di carattere critico, la riflessione storica dovrà infatti attendere che i concetti relativi si siano consolidati, in modo da non generare confusione e quindi incertezza negli scolari. D'altra parte, è importante che non si operino delle forzature, o peggio si inventi una storia inesistente, per adattare le problematiche storiche alle conoscenze degli alunni: la narrazione storica potrà e dovrà essere semplificata, ma non falsata.

Con riferimento alla doppia modalità introdotta sopra, si individuano alcuni nuclei essenziali su cui costruire le competenze matematiche dell'allievo; quattro sono nuclei tematici e caratterizzano i contenuti dell'educazione matematica nella scuola elementare e media: *il numero, lo spazio e le figure, le relazioni, i dati e le previsioni*. L'insegnante dovrà cercare di svilupparli in modo coordinato, cogliendo ogni occasione di collegamenti interni e con altre discipline. Vi sono poi tre nuclei trasversali, centrati sui processi degli allievi: *misurare, argomentare e congetturare, risolvere e porsi problemi*. Il primo consente un approccio corporeo ed esperienziale alle grandezze, in collegamento con le scienze, per ricavare relazioni tra le grandezze esperite e costruire modelli di fenomeni studiati. Il secondo caratterizza le attività che favoriscono il passaggio dalle nozioni

intuitive e dai livelli operativi a forme di pensiero più avanzate che, nella scuola superiore, saranno coinvolte nella dimostrazione matematica, nel calcolo algebrico, nell'uso di modelli matematici in contesti vari. Il terzo offre occasioni importanti agli allievi per costruire nuovi concetti e abilità, per arricchire di significati concetti già appresi e per verificare l'operatività degli apprendimenti realizzati in precedenza.

2. Didattica e contenuti

Nella scuola elementare e media la costruzione di competenze matematiche va perseguita in contesti culturalmente ricchi e motivanti, che permettano agli allievi esperienze cognitive significative e consonanti con quelle condotte in altri ambiti: scientifici, linguistici, motori, figurativi, ecc.

All'inizio della scuola elementare il bambino ha già fatto una serie di esperienze di carattere matematico – nella scuola dell'infanzia, in contesti di gioco e di vita familiare e sociale – e ha già consolidato alcune fondamentali competenze logico-matematiche. Più precisamente, verso i sei anni egli ha maturato esperienze significative relativamente alle seguenti competenze: contare oggetti e valutarne la quantità sul piano concreto; eseguire semplici operazioni sempre sul piano concreto; confrontare, ordinare, classificare, porre in relazione oggetti in rapporto a diverse proprietà (estensione, lunghezza, altezza, forma, colore,...), ricorrendo a modi più o meno sistematici; utilizzare concretamente semplici strumenti di misura; usare simboli per la registrazione; risolvere semplici problemi tratti dalla vita quotidiana e di interesse immediato; orientarsi nello spazio (sopra/sotto, avanti/indietro,...) e nel tempo (prima/dopo); localizzare persone e oggetti nello spazio; rappresentare percorsi ed eseguirli anche dietro semplici indicazioni verbali. Infine, il bambino comincia a formulare semplici ipotesi in ordine a fatti di vita quotidiana.

Occorre comunque avere ben presente che il percorso per il raggiungimento dei concetti matematici e della loro formalizzazione non è lineare, ma passa necessariamente per momenti cruciali che costituiscono salti cognitivi in quanto affrontano concetti che possono costituire ostacoli per l'apprendimento o essere fonte di fraintendimenti e misconcetti. Un tipico esempio è l'introduzione dei decimali o delle frazioni. Ad esempio, nell'introdurre le moltiplicazioni con i numeri decimali gli allievi si scontrano con l'ostacolo, indotto dal modello dei naturali, che non sempre il prodotto fra due numeri decimali è maggiore dei due fattori. Analogamente, nel confronto fra numeri decimali, è bene evidenziare, per esempio, che 0,45 è minore di 0,6 (e non viceversa come alcuni allievi credono sulla base che 6 è minore di 45). Per le frazioni, il modello forte dei naturali anche qui può essere fonte di ostacoli; occorrono interventi didattici opportuni per porvi rimedio. Ad esempio, si sconsiglia di introdurre la procedura di addizione di due numeri razionali rappresentati sotto forma di frazione che fa uso della scomposizione in fattori dei denominatori: è invece opportuno insistere sul concetto di frazioni equivalenti, e far notare che, per addizionare due numeri razionali rappresentati sotto forma di frazioni, è sufficiente trasformare le due frazioni date in frazioni equivalenti, ma aventi lo stesso denominatore.

In tutti questi casi, è comunque fondamentale l'attivazione di esplorazioni cognitivamente ricche in campi di esperienza significativi per l'allievo, in sinergia con esperienze parallele condotte nei vari ambiti disciplinari; in tali attività sarà essenziale la mediazione del linguaggio naturale, sia parlato che scritto. La trasposizione didattica della matematica va infatti effettuata dall'insegnante nel concreto della sua classe, tenendo conto che la matematica deve essere strutturata opportunamente in *campi di problemi*, che hanno sia uno statuto epistemologico che cognitivo. Ad esempio, i problemi moltiplicativi fanno riferimento, da un lato, a un complesso di situazioni concrete in cui gli allievi compiono esperienze cognitive varie; dall'altro, corrispondono a concetti matematicamente rilevanti che gli allievi appunto, costruiscono imparando a sintetizzare quanto esperito col linguaggio aritmetico. Gli aspetti ludici possono parimenti favorire situazioni di apprendimento significative per gli allievi e contribuire all'immagine di una matematica dal volto umano.

L'esperienza e la verbalizzazione col linguaggio naturale dovranno precedere la formalizzazione e la riflessione sui sistemi di notazione simbolica propri della matematica. Per esempio, prima di imparare a formalizzare una strategia risolutiva per mezzo dei segni dell'aritmetica, i bambini dovranno esplorare e operare in campi di esperienza in cui attuare attività di quantificazione, utilizzando strumenti e sistemi di rappresentazione che sono caratteristici del campo stesso (il calendario lineare per risolvere problemi legati al tempo; monete o loro rappresentazioni per risolvere problemi di compravendita di beni ...). Analogamente, per le conoscenze legate allo spazio e alle figure sarà essenziale l'esplorazione dinamica in contesti vari, supportata eventualmente da opportuni software di geometria dinamica, e l'uso del linguaggio naturale su cui fondare la transizione dalle esperienze alle notazioni matematiche. In alcuni contesti, l'esposizione al linguaggio simbolico potrà anche precedere l'attività di verbalizzazione, purché essa sia funzionale alla possibilità di provocare negli alunni processi interpretativi fruttuosi in relazione alle problematiche del contesto.

In entrambi i casi l'acquisizione di un linguaggio rigoroso deve essere un obiettivo da raggiungere nel lungo periodo e una conquista cui gli allievi giungono, col supporto dell'insegnante, a partire dalle loro concrete produzioni verbali, messe a confronto e opportunamente discusse nella classe.

E' quindi necessario che l'insegnante progetti e realizzi ambienti di apprendimento adeguati nei vari campi di esperienza: in tali ambienti saranno privilegiate l'attività di costruzione e di soluzione di problemi, nonché quella di matematizzazione e di modellizzazione. In questo contesto è opportuno distinguere tra esercizi, problemi, situazioni da modellizzare. I primi richiedono solo l'applicazione di regole e procedure note e codificate; nei problemi la scelta delle strategie risolutive è lasciata al solutore ed esige un pizzico di fantasia e di inventiva; nella situazione da modellizzare non è nemmeno esplicitata la formulazione delle domande per le quali si intenderebbe cercare una risposta (si parla in questo caso anche di problema aperto). La distinzione è naturalmente relativa al bagaglio di conoscenze degli allievi: ciò che è problema a una data età può diventare esercizio in età successiva. Proporre problemi e situazioni da modellizzare è un'attività indispensabile fin dai primi anni di scolarità; naturalmente si dovranno alternare momenti di posizione e di risoluzione di problemi con fasi di sistemazione e consolidamento delle conoscenze, dove anche gli esercizi hanno un ruolo importante per l'acquisizione e il consolidamento dei principali automatismi di calcolo e di ragionamento. E' comunque cruciale che l'insegnante utilizzi problemi e situazioni da modellizzare al fine di mobilitare le risorse intellettuali degli allievi, anche al di fuori delle competenze strettamente matematiche, contribuendo in tal modo alla loro formazione generale.

Grande importanza come mediatori nei processi di acquisizione di conoscenza e nel supporto alla comprensione del nesso tra idee matematiche e cultura, assumono i contesti ludici e gli strumenti, dai più semplici, come i materiali manipolabili (ad es., il compasso o il righello), fino agli strumenti tecnologici più complessi (tipicamente il computer o le calcolatrici numeriche e simboliche, ma anche le 'macchine', nel senso più ampio del termine, dagli orologi al distributore di bibite, ecc.). Varie ricerche suggeriscono l'importanza di software che, nella loro interfaccia, rendono disponibili oggetti computazionali con i quali l'alunno può interagire per esplorare un dominio di conoscenza matematico o la matematica che caratterizza un campo di conoscenza extramatematico.

3. Didattica e tempi dell'apprendimento

Il conseguimento delle competenze e conoscenze sopra elencate richiede tempo e partecipazione attiva degli allievi al progetto formativo. I ritmi dell'azione di insegnamento-apprendimento devono essere adeguati alle reali esigenze degli allievi e non possono essere dettati da programmi caratterizzati da un'eccessiva segmentazione dei contenuti o da moduli che presuppongano improbabili percorsi quasi indipendenti fra loro. In altri termini, la progettazione dell'insegnante va condotta secondo una logica di una didattica lunga, attenta a garantire agli allievi possibilità di costruzioni di significato per gli oggetti di insegnamento-apprendimento.

Competenze trasversali

Collocare nel tempo e nello spazio

Avere consapevolezza della dimensione storica e della collocazione spaziale di eventi considerati.

Comunicare

Individuare forme e strumenti di espressione orale, scritta, grafica o iconica per trasmettere un messaggio.

Cogliere i significati di un messaggio ricevuto

Costruire ragionamenti

Organizzare il proprio pensiero in modo logico e consequenziale. Esplicitare il proprio pensiero attraverso esemplificazioni, argomentazioni e dimostrazioni

Formulare ipotesi e congetture

Intuire gli sviluppi di processi analizzati e di azioni intraprese

Generalizzare

Individuare regolarità e proprietà in contesti diversi. Astrarre caratteristiche generali e trasferirle in contesti nuovi

Inventare

Costruire 'oggetti' anche simbolici rispondenti a determinate proprietà.

Porre in relazione

Stabilire legami tra fatti, dati, termini.

Porre problemi e progettare possibili soluzioni

Riconoscere situazioni problematiche. Stabilire le strategie e le risorse necessarie per la loro soluzione.

Rappresentare

Scegliere forme di presentazione simbolica per rendere evidenti relazioni esistenti tra fatti, dati, termini. Utilizzare forme diverse di rappresentazione, acquisendo capacità di passaggio dall'una all'altra.

Competenze matematiche nei vari nuclei:

Il numero

In situazioni varie, significative e problematiche, relative alla vita di tutti i giorni, alla matematica e agli altri ambiti disciplinari:

- comprendere il significato dei numeri, i modi per rappresentarli e il significato della notazione posizionale
- comprendere il significato delle operazioni
- operare tra numeri in modo consapevole sia mentalmente, sia per iscritto, sia con strumenti
- usare il ragionamento aritmetico e la modellizzazione numerica per risolvere problemi tratti dal mondo reale o interni alla matematica

Lo spazio e le figure

In contesti diversi di indagine e di osservazione:

- esplorare, descrivere e rappresentare lo spazio
- riconoscere e descrivere le principali figure piane e solide
- utilizzare le trasformazioni geometriche per operare su figure
- determinare misure di grandezze geometriche
- usare la visualizzazione, il ragionamento spaziale e la modellizzazione geometrica per risolvere problemi del mondo reale o interni alla matematica

Le relazioni

In vari contesti matematici e sperimentali:

- individuare relazioni tra elementi e rappresentarle
- classificare e ordinare in base a determinate proprietà
- utilizzare lettere e formule per generalizzare o per astrarre
- riconoscere, utilizzare semplici funzioni e rappresentarle
- utilizzare variabili, funzioni, equazioni per risolvere problemi

I dati e le previsioni

In situazioni varie, relative alla vita di tutti i giorni e agli altri ambiti disciplinari:

- organizzare una ricerca
- interpretare dati usando i metodi statistici
- effettuare valutazioni di probabilità di eventi
- risolvere semplici situazioni problematiche che riguardano eventi
- sviluppare e valutare inferenze, previsioni ed argomentazioni basate su dati

Argomentare e congetturare

In contesti diversi, sperimentali, linguistici e matematici:

- osservare, individuare e descrivere regolarità
- produrre congetture, testarle, validare le congetture prodotte
- riconoscere proprietà che caratterizzano oggetti matematici e l'importanza delle definizioni che le descrivono

- giustificare affermazioni con semplici concatenazioni di proposizioni

Misurare

In contesti interni ed esterni alla matematica, con particolare riferimento alle scienze sperimentali:

- misurare grandezze e rappresentare le loro misure
- stimare misure
- risolvere problemi e modellizzare fatti e fenomeni partendo da dati di misura

Risolvere e porsi problemi

In diversi contesti sperimentali, linguistici e matematici, in situazioni varie, relative a campi di esperienza scolastici e non:

- riconoscere e rappresentare situazioni problematiche
- impostare, discutere e comunicare strategie di risoluzione
- risolvere problemi posti da altri
- porsi e risolvere problemi

SCUOLA ELEMENTARE

Il numero

1° - 2° anno

Competenze specifiche	Contenuti
<ul style="list-style-type: none"> • Contare sia in senso progressivo che regressivo • Contare oggetti e confrontare raggruppamenti di oggetti • Confrontare e ordinare numeri, sviluppando il senso della loro grandezza relativa; collocare numeri sulla retta • Leggere e scrivere numeri in base dieci • Comprendere e usare consapevolmente i numeri nelle situazioni quotidiane in cui sono coinvolte grandezze e misure (lunghezze, pesi, costi, ecc.) • Esplorare e risolvere situazioni problematiche che richiedono addizioni e sottrazioni, individuando le operazioni adatte a risolvere il problema; comprendere il significato delle operazioni • Verbalizzare le strategie risolutive e usare i simboli dell'aritmetica per rappresentarle • Collegare le operazioni (addizione e sottrazione) tra numeri ad operazioni tra grandezze (lunghezze, pesi, costi, ecc.) • Calcolare il risultato di semplici addizioni e sottrazioni, usando metodi e strumenti diversi in situazioni concrete • Eseguire semplici calcoli mentali con addizioni e sottrazioni • Eseguire semplici operazioni del tipo: doppio/metà, 	<ul style="list-style-type: none"> • Numeri naturali • Rappresentazione dei numeri naturali in base dieci • Addizione e sottrazione tra numeri naturali

triplo/un terzo	
-----------------	--

Nota.

Si suggerisce di non introdurre i numeri e le loro operazioni ricorrendo alla teoria degli insiemi, ma partendo dalla realtà concreta degli allievi.

3° - 4° - 5° anno

Competenze specifiche	Contenuti
<ul style="list-style-type: none"> • Esplorare situazioni problematiche che richiedono moltiplicazioni e divisioni tra numeri naturali • Verbalizzare le strategie scelte per la risoluzione dei problemi e usare i simboli dell'aritmetica per rappresentarle • Calcolare il risultato di semplici moltiplicazioni e divisioni • Eseguire semplici calcoli mentali con moltiplicazioni e divisioni, utilizzando le tabelline e le proprietà delle operazioni • Riconoscere e costruire relazioni tra numeri naturali (multipli, divisori) • Comprendere i significati delle frazioni (parti di un tutto unita, parti di una collezione, operatori tra grandezze) • Riconoscere scritture diverse (frazione decimale, numero decimale) dello stesso numero, dando particolare rilievo alla notazione con la virgola • Comprendere il significato e l'uso dello zero e della virgola • Comprendere il significato del valore posizionale delle cifre nel numero naturale e nel numero decimale • Confrontare e ordinare numeri decimali e operare con essi • Attraverso applicazioni in contesti conosciuti, comprendere il significato dei numeri interi (positivi, nulli, negativi) • Rappresentare i numeri naturali, i decimali e gli interi sulla retta • Eseguire addizioni e sottrazioni tra interi avvalendosi della rappresentazione sulla retta • Riconoscere le differenze tra diversi sistemi di numerazione (es. additivo, posizionale); utilizzare i sistemi numerici necessari per esprimere misure di tempo e di angoli • Eseguire addizioni, sottrazioni, moltiplicazioni, divisioni con padronanza degli algoritmi, usando metodi e strumenti 	<ul style="list-style-type: none"> • Moltiplicazione e divisione tra numeri naturali • Proprietà dei numeri. Il numero zero e il numero uno • Numeri decimali, frazioni • Scrittura posizionale dei numeri naturali e decimali • Operazioni tra numeri decimali • Numeri interi • Addizione e sottrazione tra numeri interi • Proprietà delle operazioni • Composizione di operazioni e significato delle parentesi

diversi (calcolo mentale, carta e matita, abaco, calcolatrici, ...); controllare la correttezza del calcolo, stimando l'ordine di grandezza	
<ul style="list-style-type: none"> • Costruire e rappresentare semplici sequenze di operazioni note tra naturali • Modellizzare e risolvere situazioni problematiche in campi diversi di esperienza con il ricorso a numeri e operazioni in notazioni diverse (es. percentuali) 	

Aspetti storici connessi:

la scrittura dei numeri nel passato: origine e diffusione dei numeri indo-arabi; evoluzione della forma delle cifre, dalle cifre arabe a quelle attuali; sistemi di scrittura non posizionali: le notazioni egizie e i numeri romani

Nota.

Si sconsiglia di affrontare in questi tre anni le operazioni e le espressioni con le frazioni. E' bene, infatti, che i bambini imparino a comprenderne il significato piuttosto che acquisire mere abilità operative.

A questo livello scolastico, il linguaggio degli insiemi può essere un comodo strumento per esprimere in modo sintetico situazioni e per risolvere problemi.

Lo spazio e le figure

1° - 2° anno

Competenze specifiche	Contenuti
<ul style="list-style-type: none"> • Riconoscere e descrivere alcune delle principali relazioni spaziali (sopra/sotto, davanti/dietro, dentro/fuori, ...) • Eseguire un semplice percorso partendo dalla descrizione verbale o dal disegno e viceversa • Riconoscere, nel mondo circostante e nel disegno, alcune delle principali forme geometriche del piano e dello spazio, riflettendo sulle relazioni tra forma e uso • Progettare e costruire oggetti con forme semplici 	<ul style="list-style-type: none"> • Collocazione di oggetti in un ambiente • Mappe, piantine e orientamento • Le prime figure del piano e dello spazio (triangolo, quadrato, cubo...)

Nota.

Si consiglia di evitare le definizioni a priori delle figure geometriche

3° - 4° - 5° anno

Competenze specifiche	Contenuti
<ul style="list-style-type: none"> • Costruire e disegnare con strumenti vari le principali figure geometriche • Individuare gli elementi significativi di una figura (lato, angolo, altezza...) • Individuare simmetrie in oggetti e figure date; realizzarle e rappresentarle col disegno • Effettuare traslazioni e rotazioni (movimenti rigidi) di oggetti e figure • Usare in maniera operativa, in contesti diversi, il concetto di angolo (anche mediante rotazioni) • Conoscere le principali proprietà delle figure geometriche • Riconoscere figure equiscomponibili e usare il concetto di equiscomponibilità per la determinazione di aree e di volumi in casi semplici, senza utilizzare troppe formule • Calcolare perimetri, aree e volumi delle più semplici figure geometriche • Utilizzare il piano cartesiano per localizzare punti e figure 	<ul style="list-style-type: none"> • Le principali figure del piano e dello spazio • I principali enti geometrici • Simmetrie, traslazioni, rotazioni • Gli angoli e la loro ampiezza • Rette incidenti, parallele, perpendicolari • Uguaglianza tra figure • Scomposizione e ricomposizione di poligoni • Semplici scomposizioni di figure spaziali • Equivalenza di figure • Unità di misura di lunghezze, aree e volumi • Perimetro di poligoni • Area di semplici poligoni • Volume di semplici solidi • Sistema di riferimento cartesiano

Nota.

A fianco di strumenti usati tradizionalmente (riga, squadra, compasso, ...), si consiglia di utilizzare anche software di geometria dinamica

Si eviti di fare ricorso a formule di aree di poligoni complessi attraverso l'uso dei numeri fissi.

Si sconsiglia di fare imparare a memoria agli allievi le formule inverse, favorendo invece lo sviluppo di strategie per ricavarle.

Le relazioni

1° - 2° anno

Competenze specifiche	Contenuti
<ul style="list-style-type: none"> • In situazioni concrete, classificare oggetti, figure, numeri in base a una data proprietà e, viceversa; indicare una proprietà che spieghi una data classificazione • In situazioni concrete, ordinare elementi in base ad un 	<ul style="list-style-type: none"> • Relazioni (equivalenze, ordinamenti) e prime loro rappresentazioni • Semplici relazioni tra numeri

criterio assegnato e riconoscere ordinamenti dati • Scoprire semplici relazioni tra numeri, a partire da esperienze concrete • Utilizzare semplici rappresentazioni per esprimere relazioni	naturali
---	----------

3° - 4° - 5° anno

Competenze specifiche	Contenuti
<ul style="list-style-type: none"> • Individuare, descrivere e costruire, in contesti vari, relazioni significative • Rappresentare relazioni tra oggetti, figure, dati numerici • Classificare oggetti, figure, numeri in base a due o più proprietà e realizzare adeguate rappresentazioni delle stesse classificazioni • Sapere passare da una rappresentazione all'altra • Ordinare elementi di un insieme numerico in base ad un criterio 	<ul style="list-style-type: none"> • Relazioni e loro rappresentazioni (tabelle, frecce, piano cartesiano) • Rappresentazioni di insiemi e relazioni con diagrammi di vario tipo • Equivalenza, ordinamenti

I dati e le previsioni

1° - 2° anno

Competenze specifiche	Contenuti
<ul style="list-style-type: none"> • Raccogliere dati su se stessi e sul mondo circostante e organizzarli in base alle loro caratteristiche • Classificare dati e oggetti • Rappresentare i dati raccolti • Fare osservazioni su un insieme di dati • Identificare la modalità più frequente 	<ul style="list-style-type: none"> • Il collettivo statistico e suoi elementi • Semplici tabelle di frequenze • Semplici rappresentazioni grafiche • Confronti di frequenze

3° - 4° - 5° anno

Competenze specifiche	Contenuti
<ul style="list-style-type: none"> • Raccogliere dati mediante osservazioni e questionari • Classificare i dati • Rappresentare i dati con tabelle e grafici • Osservare e descrivere un grafico, usando: moda, mediana e media aritmetica • Confrontare fra loro modi diversi di rappresentare gli stessi dati • In situazioni concrete, riconoscere eventi certi, possibili, impossibili • In situazioni concrete, riconoscere eventi equiprobabili, più probabili, meno probabili 	<ul style="list-style-type: none"> • Caratteri qualitativi e caratteri quantitativi • Diagrammi di vario tipo • Moda, mediana, media aritmetica • Evento certo, possibile, impossibile • Valutazione di probabilità in casi elementari

Aspetti storici connessi:

Questioni statistiche nel passato (ad es: Le prime tavole statistiche sulla natalità e mortalità, battesimi ed epidemie, nell'Inghilterra del 1600)

Questioni probabilistiche nel passato (ad es. Gli eventi incerti e le previsioni al tempo dei Greci e di popoli antichi)

Argomentare e congetturare

Competenze specifiche

1° - 2° anno

Competenze specifiche
<ul style="list-style-type: none"> • Individuare e descrivere regolarità in semplici contesti concreti • Produrre semplici congetture • Verificare le congetture prodotte testandole su casi particolari

3° - 4° - 5° anno

Competenze specifiche

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> • Individuare e descrivere regolarità in contesti matematici e non, tratti dalla propria esperienza o proposti per l'osservazione • Produrre semplici congetture • Verificare le congetture prodotte testandole su casi particolari • Validare le congetture prodotte, sia empiricamente, sia mediante argomentazioni, sia ricorrendo a eventuali controesempi • Descrivere oggetti matematici anche in modo carente o sovrabbondante, con riferimento alle caratteristiche ed alle proprietà osservate • Giustificare le proprie idee durante una discussione matematica con semplici argomentazioni |
|--|

Misurare

Competenze specifiche

1° - 2° anno

Competenze specifiche

- | |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • Osservare oggetti e fenomeni individuando in essi alcune grandezze misurabili; compiere confronti diretti e indiretti in relazione alle grandezze individuate; ordinare grandezze • Effettuare misure per conteggio di grandezze discrete (ad es: conteggio di elementi di classificazioni prodotte, valori monetari, ...) • Effettuare misure di grandezze continue con oggetti e strumenti (ad es: una tazza, un bastoncino, il metro, la bilancia, l'orologio, ...) • Esprimere le misure effettuate utilizzando le unità di misura scelte e rappresentarle adeguatamente |
|---|

3° - 4° - 5° anno

Competenze specifiche

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> • Analizzare oggetti e fenomeni individuando in essi grandezze misurabili • Effettuare misure dirette e indirette di grandezze ed esprimerle secondo unità di misura convenzionali • Passare da una misura espressa in una data unità ad un'altra espressa in un suo multiplo o sottomultiplo; riconoscere e usare espressioni equivalenti delle misure di una stessa grandezza (ad es, 250 g = _ di kg) |
|--|

- Stimare misure in semplici casi, anche attraverso strategie di calcolo mentale e di calcolo approssimato
- Rappresentare graficamente misure di grandezze
- Risolvere problemi di calcolo con le misure (scelta delle grandezze da misurare, unità di misura, strategie operative)
- Mettere in relazione misure di due grandezze (ad es. statura e lunghezza dei piedi)

Nota

Si eviterà di fare apprendere le relazioni tra le unità campione nei sistemi di misura utilizzati in modo meccanico e ripetitivo, sganciato da processi operativi concreti in contesti significativi

Risolvere e porsi problemi

1° - 2° anno

Competenze specifiche

- Individuare l'obiettivo da raggiungere sia nel caso di problemi proposti dall'insegnante, sia nel vivo di una situazione problematica in cui occorre porsi con chiarezza il problema da risolvere
- Rappresentare in modi diversi (verbali, iconici, infine anche simbolici) la situazione problematica, al fine di creare un ambiente di lavoro favorevole per la risoluzione del problema
- Individuare e collegare le informazioni utili alla soluzione, ricavandole dal testo o dal contesto della situazione problematica
- Concatenare le azioni necessarie alla soluzione (azioni concrete, disegni, calcoli) in un processo risolutivo
- Esporre in modo chiaro con parole, disegni, schemi, grafici, ecc. il procedimento risolutivo seguito e confrontarlo con altri eventuali procedimenti.

3° - 4° - 5° anno

Competenze specifiche

- Riconoscere il carattere problematico di un lavoro assegnato, individuando l'obiettivo da raggiungere, sia nel caso di problemi proposti dall'insegnante attraverso un testo, sia nel vivo di una situazione problematica in cui occorre porsi con chiarezza il problema da risolvere
- Rappresentare in modi diversi (verbali, iconici, simbolici) la situazione problematica, al fine di creare un ambiente di lavoro favorevole per la

risoluzione del problema

- Individuare le risorse necessarie per raggiungere l'obiettivo, selezionando i dati forniti dal testo, le informazioni ricavabili dal contesto e gli strumenti che possono risultare utili alla risoluzione del problema
- Individuare in un problema eventuali dati mancanti, sovrabbondanti o contraddittori
- Collegare le risorse all'obiettivo da raggiungere, scegliendo opportunamente le azioni da compiere (operazioni aritmetiche, costruzioni geometriche, grafici, ...) , concatenandole in modo efficace al fine di produrre una risoluzione del problema
- Prestare attenzione al processo risolutivo, con riferimento alla situazione problematica, all'obiettivo da raggiungere, alla compatibilità delle soluzioni trovate
- Esporre con chiarezza il procedimento risolutivo seguito e confrontarlo con altri eventuali procedimenti.

Nota

A ogni livello scolastico il risolvere problemi offre occasioni importanti agli allievi per costruire nuovi concetti e abilità, per arricchire di significati concetti già appresi e per verificare l'operatività degli apprendimenti realizzati in precedenza. Affinché il porre e risolvere problemi sia effettivamente utile a mobilitare risorse intellettuali anche al di fuori delle competenze strettamente matematiche, contribuendo in tal modo alla formazione generale degli allievi, è necessario che quelli proposti siano autentici problemi per gli allievi e non semplici esercizi a carattere ripetitivo.

Le competenze degli alunni, soprattutto per quanto riguarda i problemi, difficilmente possono essere conseguite in tempi medio-brevi. Per tale motivo, tutti gli obiettivi elencati per la prima e la seconda classe devono essere considerati caratterizzanti anche per il ciclo successivo.

SCUOLA MEDIA

1° - 2° - 3° anno

Le competenze individuate nei diversi nuclei tematici e di processo, spesso sono competenze che si possono ripetere, pur indicando nelle diverse fasce di età, diversi livelli di operatività. D'altro lato, alcune competenze acquisite nella scuola elementare sono da considerarsi punto di partenza per acquisizioni successive.

Come detto nella premessa, il curriculum di matematica proposto è da intendersi, in un'ottica di verticalità, come un percorso continuo e progressivo. Pertanto sarà cura dell'insegnante della scuola media accertare l'acquisizione delle competenze elencate per gli anni della scuola elementare e continuare a lavorare per il loro consolidamento.

Il numero

Competenze specifiche	Contenuti
<ul style="list-style-type: none"> • Eseguire le quattro operazioni con i numeri interi • Elevare a potenza numeri naturali e interi; Comprendere il significato di elevamento a potenza e le proprietà di tale operazione • Scomporre in fattori primi un numero intero, anche con l'ausilio della calcolatrice • Determinare multipli e divisori di un numero intero e multipli e divisori comuni a più numeri • Leggere e scrivere numeri naturali e decimali finiti in base dieci usando la notazione polinomiale e quella scientifica • Comprendere i significati delle frazioni come rapporto e come quoziente di numeri interi • Riconoscere frazioni equivalenti; comprendere il significato dei numeri razionali • Riconoscere e usare scritture diverse per lo stesso numero razionale (decimale, frazionaria, percentuale ove possibile) • Confrontare numeri razionali rappresentandoli sulla retta • Eseguire semplici calcoli con numeri razionali usando metodi e strumenti diversi (calcolo mentale, carta e matita, calcolatrici) • Effettuare semplici sequenze di calcoli approssimati • Comprendere il significato di radice quadrata, come operazione inversa dell'elevamento al quadrato • Risolvere problemi e modellizzare situazioni in campi di esperienza diversi 	<ul style="list-style-type: none"> • Operazioni con i numeri interi • Potenze di numeri naturali e interi • Numeri primi • Massimo comune divisore e minimo comune multiplo • Rapporti, percentuali e proporzioni • Numeri razionali • Operazioni tra numeri razionali • Calcolo approssimato ed errore

Aspetti storici connessi:

Un sistema di scrittura semiposizionale: la notazione sessagesimale babilonese

Nota

Nel corso dei tre anni, gli insegnanti decideranno il momento più opportuno per introdurre le varie operazioni fra numeri interi e quelle fra numeri razionali.

Si consiglia inoltre di evitare il calcolo di lunghe e complesse espressioni numeriche, facendo presente in ogni caso che non è previsto il calcolo con lettere.

Lo spazio e le figure

Competenze specifiche	Contenuti
<ul style="list-style-type: none"> • Conoscere le proprietà delle figure piane e solide • Usare il metodo delle coordinate in situazioni problematiche concrete • Visualizzare oggetti tridimensionali a partire da una rappresentazione bidimensionale e, viceversa, rappresentare su un piano una figura solida • Risolvere problemi usando proprietà geometriche delle figure anche ricorrendo a modelli materiali e a opportuni strumenti (riga, squadra, compasso, software di geometria dinamica, ...) • Riconoscere figure uguali e descrivere le isometrie necessarie per portarle a coincidere • Riconoscere grandezze proporzionali e figure simili in vari contesti • Riprodurre in scala • Calcolare perimetri, aree e volumi delle principali figure • Calcolare lunghezze di circonferenze e aree di cerchi 	<ul style="list-style-type: none"> • Figure piane e solide • Rappresentazione piana di figure solide • Rapporto tra grandezze • Somma degli angoli di un triangolo e di un poligono • Teorema di Pitagora • Traslazioni, rotazioni, simmetrie • Omotetie, similitudini • Lunghezza della circonferenza e area del cerchio • Descrizione di alcuni numeri irrazionali

Aspetti storici connessi:

La misura del raggio della Terra col metodo di Eratostene
Diversi valori di π nella geometria antica.

Nota

Si limiterà la memorizzazione di formule abituando i ragazzi a ricavare formule inverse

Le relazioni

Competenze specifiche	Contenuti
<ul style="list-style-type: none"> • In contesti vari, individuare, descrivere e costruire relazioni significative: riconoscere analogie e differenze 	<ul style="list-style-type: none"> • Alcune relazioni significative (essere uguale a, essere

<ul style="list-style-type: none"> • Eseguire combinazioni diverse tra gli elementi di un insieme • Utilizzare le lettere per esprimere in forma generale semplici proprietà e regolarità (numeriche, geometriche, fisiche, ...) • Costruire, leggere, interpretare e trasformare formule • Riconoscere in fatti e fenomeni relazioni tra grandezze • Usare coordinate cartesiane, diagrammi, tabelle per rappresentare relazioni e funzioni • Risolvere problemi utilizzando equazioni e disequazioni numeriche di primo grado • Usare modelli dati o costruire semplici modelli per descrivere fenomeni ed effettuare previsioni 	<p>multiplo di, essere maggiore di, essere parallelo o perpendicolare a, ...)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Semplici questioni di tipo combinatorio • Grandezze direttamente e inversamente proporzionali • Funzioni: tabulazioni e grafici • Funzioni del tipo $y=ax$, $y=a/x$, $y=ax^2$ e loro rappresentazione grafica • Equazioni e disequazioni numeriche di primo grado • Semplici modelli di fatti sperimentali e di leggi matematiche.
---	--

I dati e le previsioni

Competenze specifiche	Contenuti
<ul style="list-style-type: none"> • Classificare dati ottenuti da misurazioni • Rappresentare e interpretare dati, anche utilizzando un foglio elettronico • Usare ed interpretare misure di centralità e dispersione • Confrontare due distribuzioni rispetto allo stesso carattere • Scegliere, in modo casuale, un elemento da un collettivo • Interpretare in termini probabilistici i risultati relativi a prove multiple di eventi in contesti reali e virtuali (giochi, software, ...) • Riconoscere eventi complementari, eventi incompatibili, eventi indipendenti • Prevedere, in semplici contesti, i possibili risultati di un esperimento e le loro probabilità 	<ul style="list-style-type: none"> • Caratteri derivanti da misurazioni • Classificazione di dati con intervalli di ampiezza uguale o diversa • L'istogramma di frequenze • Calcolo di frequenze relative e percentuali, e loro confronti • Campione estratto da una popolazione: esempi di campioni rappresentativi e non rappresentativi • Probabilità di un evento; valutazione della probabilità di semplici eventi • Media aritmetica e valore atteso

Aspetti storici connessi:

Questioni probabilistiche nel passato (ad es. I primi giochi con i dadi nella Francia del 1600)

Argomentare e congetturare

Competenze specifiche

- Descrivere proprietà di figure con termini appropriati
- Individuare regolarità in fenomeni osservati
- Produrre congetture
- Verificare le congetture prodotte testandole su casi particolari
- Validare le congetture prodotte, sia empiricamente, sia mediante argomentazioni, sia ricorrendo a eventuali controesempi
- Comprendere il ruolo della definizione in matematica
- Dare definizioni di semplici oggetti matematici (esempio rettangolo, numero pari, ...)
- Giustificare affermazioni durante una discussione matematica anche con semplici ragionamenti concatenati

Misurare

Competenze specifiche

- Analizzare oggetti e fenomeni, scegliendo le grandezze da misurare e gli strumenti di misura, anche tecnologici
- Esprimere le misure in unità di misura del Sistema Internazionale, utilizzando anche le potenze del 10 e le cifre significative
- Effettuare e stimare misure in modo diretto e indiretto
- Esprimere e interpretare i risultati di misure, con particolare riferimento agli ordini di grandezza, alla significatività delle cifre, agli errori
- Rappresentare graficamente misure di grandezze per individuare regolarità, andamenti, relazioni
- Risolvere situazioni problematiche a partire da dati di misure con la costruzione di semplici modelli

Risolvere e porsi problemi

A ogni livello scolastico il risolvere problemi offre occasioni importanti agli allievi per costruire nuovi concetti e abilità, per arricchire di significati concetti già appresi e per verificare l'operatività degli apprendimenti realizzati in precedenza. Affinché il porre e risolvere problemi sia effettivamente utile a mobilitare risorse intellettuali anche al di fuori delle competenze strettamente matematiche, contribuendo in tal modo alla formazione generale degli allievi, è necessario che quelli proposti siano autentici problemi per gli allievi e non semplici esercizi a carattere ripetitivo.

Le competenze degli allievi, soprattutto per quanto riguarda i problemi, difficilmente possono essere conseguiti in tempi medio-brevi. Per tale motivo, tutti gli obiettivi elencati per la scuola elementare sono presenti anche nella scuola media. Ovviamente, cambiano la natura e la complessità dei problemi.

Competenze specifiche

- Riconoscere il carattere problematico di un lavoro assegnato, individuando l'obiettivo da raggiungere, sia nel caso di problemi proposti dall'insegnante attraverso un testo, sia nel vivo di una situazione problematica in cui occorre porsi con chiarezza il problema da risolvere
- Rappresentare in modi diversi (verbali, iconici, simbolici) la situazione problematica, al fine di creare un ambiente di lavoro favorevole per la risoluzione del problema
- Individuare le risorse necessarie per raggiungere l'obiettivo, selezionando i dati forniti dal testo, le informazioni ricavabili dal contesto e gli strumenti che possono risultare utili alla risoluzione del problema
- Individuare in un problema eventuali dati mancanti, sovrabbondanti o contraddittori;
- Collegare le risorse all'obiettivo da raggiungere, scegliendo opportunamente le azioni da compiere (operazioni aritmetiche, costruzioni geometriche, grafici, opportune formalizzazioni, equazioni,...), concatenandole in modo efficace al fine di produrre una risoluzione del problema
- Prestare attenzione al processo risolutivo, con riferimento alla situazione problematica, all'obiettivo da raggiungere, alla compatibilità delle soluzioni trovate
- Esporre con chiarezza il procedimento risolutivo seguito e confrontarlo con altri eventuali procedimenti
- Valutare i procedimenti esaminati con riferimento alla economia di pensiero, alla semplicità di calcolo, e alla possibilità di applicarli in altre situazioni
- Realizzare formalizzazioni e possibili generalizzazioni di un procedimento risolutivo seguito, ad es. passando dal problema considerato ad una classe di problemi

Indicazioni didattiche

Sin dal primo anno della scuola elementare è opportuno sviluppare i concetti matematici in attività didattiche significative, in cui l'alunno possa essere attivamente coinvolto e motivato ad affrontare e risolvere problemi. Un'attività didattica può essere considerata significativa se consente l'introduzione motivata di strumenti culturali della matematica per studiare fatti e fenomeni attraverso un approccio quantitativo, se contribuisce alla costruzione dei loro significati e se dà senso al lavoro riflessivo su di essi. Lo sviluppo in classe di attività didattiche con tali caratteristiche dovrà avere come fine la costruzione delle capacità di esercitare un controllo sulla realtà secondo i modelli della razionalità scientifica.

Lo sviluppo del concetto di numero naturale va stimolato valorizzando le precedenti esperienze degli alunni nel contare e nel riconoscere e usare simboli numerici, fatte in contesti di gioco e di vita familiare e sociale. Nella costruzione del numero naturale concorrono diversi punti di vista (ordinalità, cardinalità, misura, ecc.); l'attività didattica dovrà consentire agli alunni di appropriarsi di tali punti di vista, offrendo loro una varietà di modi rappresentativi per operare con i numeri naturali in contesti diversi.

Come esempio di attività didattica possiamo considerare l'uso del calendario (lineare) che consente di annotare le esperienze degli alunni, di ordinarle (usando inizialmente i numeri dei giorni del mese) e di visualizzarne la distanza nel tempo. Sul calendario si possono porre e risolvere problemi inerenti la misura di intervalli temporali, favorendo la costruzione di strategie risolutive via via più articolate e complesse (come nel caso di durate con estremi in mesi diversi). Altri esempi di attività possono riguardare la costruzione/lettura di istogrammi a crocette per analizzare quantitativamente situazioni familiari ai bambini e l'uso di monete del sistema monetario dell'Euro (o di loro rappresentazioni iconiche) in attività di compravendita reali o simulate. In particolare tale uso può facilitare la comprensione del funzionamento del sistema di scrittura decimale-posizionale dei numeri.

Un modello rappresentativo che assume grande importanza nella costruzione delle competenze numeriche dei bambini è la linea dei numeri. Essa permette di evidenziare la struttura di base dei numeri naturali e costituisce un valido strumento per l'esecuzione di calcoli e per la percezione di alcune relazioni numeriche (8 è più vicino a 10 che a 5, 7 dista 3 da 10...). La linea dei numeri è uno dei primi contesti significativi per lo studio di regolarità numeriche e per lo sviluppo della riflessione sui numeri; in altre parole, per porre e risolvere i primi problemi interni alla matematica.

Tra gli obiettivi che si collocano verso il termine della scuola media possiamo considerare la costruzione a lungo termine del modello matematico della proporzionalità diretta. Tale costruzione dovrà essere realizzata attraverso una successione di situazioni problematiche relative ad ambiti esperienziali diversi (ad esempio: relazione tra perimetro e lato di un poligono regolare; relazione tra altezza di un oggetto e lunghezza dell'ombra di tale oggetto proiettata dal sole sul terreno; allungamento di una molla, in funzione del peso; ecc.), che consentano via via di evidenziare una struttura matematica comune adatta a descriverle e a trattarle quantitativamente.

A questo stesso livello scolare il passaggio dai numeri naturali ai numeri razionali crea, in generale, molti problemi sul piano dell'apprendimento. Le situazioni didattiche progettate e gestite dagli insegnanti dovranno essere in grado di favorire il passaggio da un uso operativo delle frazioni in contesti significativi, alla esplorazione e riflessione sulle proprietà che caratterizzano le frazioni in quanto oggetto di studio, con il fine di costruire gradualmente un'idea appropriata dell'insieme numerico dei numeri razionali che esse rappresentano.

Durante la scuola elementare e la scuola media gli alunni devono operare con la misura per affrontare problemi in contesti diversi, quantificando aspetti della realtà fisica (lunghezze, masse, ecc.) o aspetti della realtà economico e sociale. Un itinerario di lavoro per la misura dovrà comprendere il confronto diretto, il confronto indiretto con campioni arbitrari e il confronto indiretto con le unità del sistema convenzionale. Le attività di misura contribuiscono a costruire il

significato dei numeri decimali. Ad esempio una notazione come "2,15 m" può essere il punto di arrivo di un itinerario didattico a partire da espressioni come "2 m e 15 cm" e "215 cm", introdotte sulla base del loro significato concreto. Le attività di misura consentono inoltre di introdurre in un contesto controllabile dall'alunno altri tipi di notazione, la notazione esponenziale e quella frazionaria, per esprimere relazioni all'interno dello stesso sistema di misura ($2 \text{ km} = 2 \cdot 10^3 \text{ m}$; $100 \text{ g} = 1/10 \text{ kg}$; $250 \text{ g} = 1/4 \text{ kg}$).

Sia nella scuola elementare che nella scuola media particolare cura e attenzione dovrà essere posta allo sviluppo di competenze coinvolte nella raccolta sistematica di informazioni quantitative, nella loro rappresentazione, sintesi e interpretazione; tutto ciò con il fine di descrivere fenomeni collettivi, o per cogliere nessi che li legano o per studiare e modellizzare la distribuzione dei dati, fino al confronto tra previsioni a priori (probabilità) e frequenze registrate.

Nella soluzione dei problemi aritmetici particolare attenzione dovrà essere posta alla costruzione della capacità di verbalizzare la strategia risolutiva e al passaggio alla sua formalizzazione mediante l'uso dei simboli "+, -, x, :", avendo cura di superare positivamente le eventuali contraddizioni che possono emergere tra la formalizzazione e la strategia risolutiva spontanea del bambino. Ad esempio nella soluzione di problemi di struttura additiva il passaggio da una strategia spontanea di completamento ad una formalizzazione tramite una espressione del tipo " $27 - 12 = 15$ " non è immediato e richiede opportune mediazioni da parte dell'insegnante.

Le attività didattiche dovranno sviluppare la capacità di produrre ipotesi in modo argomentato (con l'uso di strumenti matematici appropriati) facendo riferimento all'esperienza e alle informazioni quantitative disponibili. La verifica delle ipotesi prodotte utilizzerà adeguati mezzi linguistici e matematici e verrà condotta con metodi diversi (fino alla costruzione di collegamenti di tipo deduttivo tra "premesse" certe e "conseguenze" ricavabili da esse e al confronto tra "modelli" e "realtà"). Come accennato nell'introduzione, la costruzione di tali competenze prepara il terreno allo sviluppo del pensiero teorico in matematica, che sarà pienamente raggiunto nella scuola secondaria superiore (dimostrazione matematica, calcolo algebrico, modelli matematici).

Conformemente con lo spirito di questi orientamenti, l'insegnamento della geometria avrà un ruolo cruciale nel costruire progressivamente una visione della matematica come sistema di strumenti e di metodi conoscitivi rivolti sia verso l'esterno (problemi e fenomeni della realtà fisica, tecnologica, ecc.) sia verso l'interno della matematica stessa (individuazione di regolarità e formulazione e verifica di congetture, fino alle soglie della dimostrazione; riflessione su problemi di rappresentazione, ecc.). In particolare, il disegno, il riconoscimento e la localizzazione di oggetti e forme e lo studio delle principali figure geometriche piane e solide e delle loro trasformazioni elementari dovranno essere collegate a situazioni problematiche in cui realizzare attività via via più impegnative di modellizzazione geometrica nel piano o nello spazio (a titolo esemplificativo si possono considerare la rappresentazione piana di situazioni spaziali o lo studio del fenomeno delle ombre del sole, o situazioni di interesse tecnologico: meccanismi articolati, ecc.). Tali situazioni dovranno consentire agli alunni di compiere esplorazioni e di osservare e scoprire regolarità, con il fine di giungere a produrre e verificare ipotesi (scritte sotto forma di enunciati) per l'interpretazione e la soluzione con strumenti geometrici del problema affrontato.

In generale, le attività didattiche dovranno essere caratterizzate metodologicamente dalla pratica della verbalizzazione, dalla produzione e dalla verifica di ipotesi argomentate (vedi indicazioni precedenti) e dal ruolo di mediazione dell'insegnante in tutte le fasi dell'attività. L'insegnante eserciterà il suo ruolo di mediazione sia in modo diretto, attraverso l'introduzione degli strumenti matematici necessari in relazione alle diverse situazioni didattiche, sia in modo indiretto, utilizzando le produzioni individuali degli alunni (da confrontare e discutere in classe) e attraverso la valorizzazione dei contributi degli alunni durante le discussioni in classe e il lavoro di gruppo.

E' consigliabile sviluppare attività nell'ambito di progetti didattici di medio-lungo periodo. I tempi medio-lunghi costituiscono la condizione che può garantire a tutti i bambini di compiere il consolidamento tecnico, l'approfondimento operativo e la riflessione necessari per giungere ad una

piena padronanza delle competenze matematiche coinvolte nell'attività. L'insegnante cercherà di trovare un equilibrio tra le attività più costruttive e formative e quelle di consolidamento tecnico e operativo, tenendo conto delle necessità della classe in cui opera.

Contesti di apprendimento

La progettazione dell'insegnante va condotta secondo una logica di una didattica lunga, attenta a garantire agli allievi possibilità di costruzioni di significato per gli oggetti di insegnamento-apprendimento. Una cura particolare va quindi posta alla scelta dei contesti in cui situare l'attività di esplorazione, di costruzione e di soluzione di problemi, di produzione di congetture ecc. La ricerca didattica in Italia e all'estero ha identificato e analizzato potenzialità e limiti di alcuni contesti (o campi di esperienza) presi da settori extramatematici in cui esercitare l'attività di matematizzazione e di modellizzazione (relativi, ad esempio, a fenomeni naturali o sociali o a prodotti della tecnologia) o da settori intramatematici (relativi, ad esempio, ai numeri o alle figure). E' opportuno che il curriculum contenga casi dei vari tipi con rimandi espliciti, per sottolineare in modo dialettico la doppia natura dei concetti e dei processi tipici della matematica, come strumenti di modellizzazione e come oggetti di riflessione. Vi sono campi di esperienza che fanno riferimento ad esperienze extrascolastiche già fortemente matematizzate nella vita di tutti i giorni. Tra questi possiamo citare:

- a) il campo di esperienza degli scambi economici: attività imitative legate al banco della compravendita e attività reali di esplorazione di un supermercato finalizzate alla realizzazione di un certo progetto (ad esempio la festa della scuola), con competenze relative all'uso del sistema monetario, al confronto di prezzi, pesi e ingredienti di prodotti e all'interpretazione di testi di uso comune (le campagne pubblicitarie, gli scontrini);
- b) Il campo di esperienza della temporalità esterna: riconoscimento dei periodi della giornata, dei giorni della settimana, dei mesi, delle stagioni e uso consapevole di strumenti di misura del tempo quali orologi e calendari;
- c) Il campo di esperienza della rappresentazione dello spazio: mappe, disegni illusionistici, schemi di collegamento;
- d) Il campo di esperienza delle ricette di cucina: esecuzione guidata e quantificazione degli ingredienti necessari alla realizzazione, con competenze legate alla misura (pesi, volumi) e alla risoluzione di problemi di proporzionalità;
- e) Il campo di esperienza dei giochi tradizionali (gioco dell'oca, settimana, girotondi,...) con competenze relative ai numeri e allo spazio.
- f) Il campo di esperienza delle 'macchine': ingranaggi, meccanismi, arnesi del bricolage, e oggetti dinamici della vita di tutti i giorni, che includono anche un controllo digitale, con competenze relative all'ordine in cui si verificano certi eventi (es. il distributore di bevande; il lettore dei biglietti dell'autobus), alla forma, collegata alla funzione (es. la bilancia a due piatti, le pinze, il cavatappi, il frullatore a mano, la centrifuga scola-insalata, la bicicletta), a relazioni tra numeri (i numeri di giri nel cambio della bicicletta, le composizioni di pesi nella bilancia a due piatti).

In questi casi la modellizzazione matematica svolta a scuola si pone in continuità con l'esperienza extrascolastica. L'insegnante guida la transizione da pratiche quotidiane che si svolgono prevalentemente per imitazione e con il ricorso (al più) ad una verbalizzazione orale (come, ad esempio, nel caso degli scambi economici) a pratiche di rappresentazione scritta che consentano la soluzione di problemi anche solo evocati e lo sviluppo di modi di soluzione (es. calcolo algebrico).

In altri casi, invece, le attività in campi di esperienza extramatematici conducono a modellizzazioni che si oppongono a concezioni diffuse. Possiamo citare ad esempio:

- a) Il campo di esperienza delle ombre solari, fino alla modellizzazione dell'ombra come sezione di un 'cilindro' d'ombra costituito da raggi paralleli: le ombre dei corpi umani non conservano le proporzioni;
- b) Il campo di esperienza della genetica fino allo studio dei caratteri ereditari;
- c) Il campo di esperienza delle estrazioni (lotto e lotterie varie).

Ad esempio, per l'ombra, il modello produce ombre dei corpi umani che non conservano le proporzioni o i comportamenti a cui siamo abituati; per i caratteri ereditari, si ottengono risultati che vanno contro certe visioni fatalistiche delle malattie genetiche; per le lotterie si sfidano i preconcetti

relativi ai ritardi nelle estrazioni. In questi casi, il ruolo dell'insegnante è molto più delicato in quanto l'insegnante deve essere portatore di un atteggiamento positivo nei confronti della scienza e della razionalità.

Vi sono infine campi di esperienza intramatematici, che, per la scuola elementare e media, comprendono i numeri e le operazioni, le figure e le loro trasformazioni, il piano cartesiano, i micromondi dei software di geometria dinamica. Anche se l'approccio è inizialmente sviluppato a partire da una molteplicità di esperienze e problemi extramatematici, molto presto, già dalla prima classe, gli oggetti introdotti (numeri, operazioni, figure, trasformazioni, ecc.) divengono essi stessi oggetto di riflessione e di studio. Ad esempio, si può riflettere sulla scrittura dei numeri adottata nella vita quotidiana, ricostruendo le regole della notazione posizionale; si possono cercare numeri o costruire di figure che soddisfano a condizioni date. Grande importanza come mediatori nei processi di acquisizione di conoscenza assumono gli strumenti, dai più semplici, come i materiali manipolabili, l'abaco, il compasso, il righello, fino agli strumenti tecnologici più complessi (il computer o le calcolatrici numeriche). Varie ricerche suggeriscono l'importanza di software che, nella loro interfaccia, rendono disponibili oggetti computazionali con i quali l'alunno può interagire per esplorare un dominio di conoscenza matematico o la matematica che caratterizza un campo di conoscenza extramatematico. Si terrà comunque presente che, nessuno strumento, per quanto raffinato, è trasparente per i concetti matematici in esso incorporati: in altre parole, la costruzione dei significati matematici dipende dalle pratiche sociali nelle quali avviene l'uso, pianificate e messe in opera nella classe dall'insegnante.

Sarà utile, nei vari contesti (e soprattutto in quelli intramatematici, dove è particolarmente importante recuperare il significato sociale della disciplina) introdurre gradualmente la dimensione storica, come indicato nell'introduzione.

La discussione matematica in classe

“Una discussione matematica è una polifonia di voci articolate su un oggetto matematico (concetto, problema, procedura, ecc.), che costituisce un motivo dell’attività di insegnamento-apprendimento” (Bartolini Bussi, 1995).

La metafora usata per descrivere la discussione matematica ha lo scopo di sottolineare alcuni aspetti importanti di questa attività:

- Esiste un tema che ne definisce l’obiettivo
- Esiste l’interazione tra voci (polifonia)
- Esiste un riferimento esplicito all’attività di insegnamento/apprendimento (processo di lungo termine)
- Si richiede la presenza di voci diverse tra cui, essenziale, quella dell’insegnante
- Si valorizza la presenza di voci imitanti (diversi tipi di imitazione nel contrappunto)
- Si prescinde dall’esistenza fisica di una comunità di parlanti (discussione con un interlocutore non fisicamente presente, ma rappresentato da un testo scritto).

La discussione matematica dell’intera classe orchestrata dall’insegnante garantisce, con la presenza di quest’ultima, la possibilità dell’articolazione di voci diverse da quelle degli allievi. L’insegnante ha un ruolo di guida nel senso che:

- Inserisce una particolare discussione nel flusso dell’attività della classe
- Influenza la discussione in modo determinante, inserendosi con interventi mirati nel suo sviluppo.

Si possono individuare per la scuola elementare e media tre grandi tipologie di discussione (con sottotipi):

A. Discussione di un problema, vista come parte dell’attività complessiva di problem solving, nei due aspetti di:

A1. Discussione di soluzione, intesa come quel processo di tutta la classe che risolve un problema dato a parole con l’eventuale supporto di immagini o oggetti.

A2. Discussione di bilancio, intesa come il processo di informazione, analisi e valutazione delle soluzioni individuali proposte ad un problema dato a parole, con l’eventuale supporto di oggetti o immagini, o nel corso di una discussione orchestrata dall’insegnante.

B. Discussione di concettualizzazione, intesa come il processo di costruzione attraverso il linguaggio e collegamenti tra esperienze già vissute e termini particolari della matematica. Essa può essere introdotta da domande dirette (che cosa è un numero, che cos’è un grafico) o indirette (perché molti di voi hanno descritto questo problema come un problema di disegno geometrico?).

C. Meta-discussione, intesa come momento della definizione dei valori e degli atteggiamenti nei confronti del sapere matematico. Essa può essere introdotta da domande del tipo: “come nascono le figure?”, “perché è importante generalizzare in matematica?”.

In una prima approssimazione, possiamo riconoscere la discussione matematica nella parte verbale dell’attività di insegnamento/apprendimento nelle lezioni di matematica, così come questa può essere riprodotta da un registratore. E’ ovvio che questa parte verbale non esaurisce l’attività in quanto non tiene conto degli aspetti gestuali, grafici, ecc., tuttavia ci offre una prospettiva rilevante sui processi che si svolgono nella classe, per la tradizionale importanza che il linguaggio riveste nell’ambiente scolastico. Dopo aver svolto in classe la discussione, con il registratore e l’annotazione diretta di particolari significativi non ricostruibili dalla sola voce, si affronta il lavoro della sbobinatura. Solo sul protocollo trascritto sarà possibile compiere gli andirivieni che consentono l’analisi accurata della discussione. L’insegnante ricostruisce il legame tra la particolare discussione e i motivi dell’attività; ricostruisce la costellazione di intenzioni che ritiene aver guidato i suoi interventi; suddivide la discussione in episodi; analizza la rete di connessioni tra gli episodi; analizza la corrispondenza tra le intenzioni, le strategie messe in opera e il processo di interazione con riferimento al ruolo dell’insegnante; analizza poi il percorso di ogni singolo allievo nella

discussione, cercando gli indicatori dell'appropriazione dei motivi individuati. La lettura critica con interpretazione, di voci esterne alla classe, come ad esempio le fonti storiche, non deve avere caratteristiche monologiche, che potrebbero generare al più adesioni passive, ma è necessario che il testo sia interpretabile e interpretato, con riferimento all'esperienza già svolta dagli allievi.

Volutamente, in questo scritto, non sono citate particolari e possibili tipi di discussione, ad esempio non si parla di dimostrazioni. I motivi possono essere vari: la nostra scelta si è orientata sulla scuola elementare e media; la trattazione della dimostrazione in discussione è molto delicata, per le differenze tra argomentare e dimostrare, tra efficacia e rigore. Per tali motivi, il problema rimane quindi aperto.

La valutazione in matematica

La varietà degli apprendimenti e delle prestazioni in campo matematico (dall'esecuzione di procedure standard, alla risoluzione di problemi aperti, alla riflessione sui concetti e sulle procedure apprese) e le diverse finalità della valutazione richiedono strumenti valutativi e metodologie molto differenziate.

In particolare, occorrerà considerare:

- strumenti e metodi che servono ad accertare conoscenze ed abilità possedute dagli allievi al termine di un dato percorso formativo o di un ciclo di studi (anche ai fini della certificazione);

- strumenti e metodi che servono ad individuare le difficoltà e le potenzialità degli allievi al fine di suggerire loro cambiamenti nel modo di studiare, orientare meglio il loro lavoro, offrire loro nuove opportunità di apprendimento anche attraverso modifiche nella programmazione didattica prevista.

Nel primo caso a scadenze fissate potranno essere utilizzate (in relazione all'oggetto dell'accertamento):

- esercizi di tipo esecutivo ("calcola...") e test a risposta multipla, particolarmente adatti per controllare la padronanza di procedure e la memorizzazione di nozioni importanti (formule, definizioni, ecc.);

- problemi aperti, necessari per accertare la capacità di risolvere problemi e la padronanza operativa delle conoscenze e delle abilità necessarie;

- relazioni scritte e orali, utili per accertare se gli allievi sono in grado di esplicitare quanto hanno appreso a livello operativo e di riflettere sulle procedure che utilizzano.

Nel secondo caso è opportuno utilizzare strumenti e metodologie che permettono di individuare difficoltà, progressi e risorse degli allievi e anche loro attese ed opinioni riguardanti le prestazioni richieste; quindi è bene raccogliere elementi significativi del loro percorso individuale (elaborati in forma "grezza", registrazioni di interazioni con l'insegnante e con i compagni prima, durante e dopo la risoluzione di problemi impegnativi, ecc.). Affinché tale documentazione consenta all'insegnante una adeguata ricostruzione del processo individuale e la eventuale messa a punto di strategie di rinforzo e di recupero, gli allievi devono essere sollecitati, fin dall'inizio, ad esplicitare i loro tentativi e i processi di soluzione dei problemi. Ciò richiede che in classe si stabilisca un clima favorevole alla ricerca delle cause degli errori e al confronto dei ragionamenti seguiti, evitando di penalizzare i tentativi di risoluzione non andati a buon fine quando sono ben esplicitati.

"Incrociando" i risultati delle prove periodiche di accertamento degli apprendimenti realizzati con le informazioni raccolte nel corso delle attività svolte sarà possibile individuare interventi utili per superare talune cause di insuccesso e per utilizzare al meglio le risorse degli allievi ai fini dello sviluppo delle loro capacità di far fronte con successo ai compiti proposti.

Nell'impostare un programma di accertamento delle competenze raggiunte dagli allievi e di conoscenza delle loro difficoltà e delle loro risorse occorre vigilare su alcuni rischi insiti nei processi valutativi:

- distorsioni del percorso formativo che possono derivare dalle scelte su "cosa valutare" effettuate nella predisposizione delle prove valutative. Spesso le competenze più facili da accertare in campo matematico non sono le più importanti, d'altra parte spesso succede che le competenze che sono oggetto di accertamento diventino le più importanti per insegnanti e allievi.

- sopravvalutazione del valore predittivo delle prove valutative, soprattutto quando non accompagnate da una analisi attenta del percorso formativo degli allievi. Sia nel caso di

successo che (e ancora di più) nel caso di insuccesso la qualità della prestazione degli allievi in matematica può dipendere da fattori difficilmente controllabili (attese deviate rispetto all'obiettivo che l'insegnante si prefigge, evocazione di situazioni solo superficialmente simili, condizioni di ansia, ecc.).

Le nuove tecnologie nelle attività di insegnamento-apprendimento della matematica

1. Quale uso delle nuove tecnologie?

Vi sono due aspetti legati all'uso delle nuove tecnologie che sono importanti per la prospettiva didattica: il primo riguarda l'alfabetizzazione informatica, ossia la possibilità di offrire agli studenti le conoscenze e le competenze che l'attuale società esige nell'uso delle nuove tecnologie; il secondo riguarda il ruolo che esse possono assumere nel favorire il conseguimento di obiettivi di insegnamento-apprendimento disciplinari.

Si tratta, in entrambi i casi, di aspetti delicati e importanti, dei quali la scuola, in quanto istituzione atta a garantire la formazione del futuro cittadino, deve farsi carico. L'alfabetizzazione informatica, comunque, non può gravare unicamente su una materia di studio, ma dovrà essere un obiettivo cui concorrano in misura adeguata tutti gli insegnamenti. Proprio per il fatto che l'alfabetizzazione informatica è trasversale a tutti gli insegnamenti, focalizzeremo qui l'attenzione sul ruolo che le tecnologie possono assumere per favorire il conseguimento di obiettivi di insegnamento-apprendimento di importanza strategica in campo matematico.

Gli esempi d'uso delle nuove tecnologie, che nel seguito presenteremo, sono ispirati a quadri di riferimento pedagogici che prestano particolare attenzione all'interazione sociale in classe e al ruolo di mediazione offerta dagli strumenti nei processi di insegnamento-apprendimento; tali esempi orientano verso un uso delle nuove tecnologie in cui gli studenti possano essere protagonisti nel processo di costruzione della conoscenza e i docenti siano in grado di assumere, a seconda delle esigenze, ruoli diversi (progettare l'azione didattica, garantire la condivisione del sapere in classe, suggerire linee di ricerca o strategie risolutive, coordinare le discussioni in classe, osservare il lavoro nei piccoli gruppi, aiutare lo studente nella ricerca delle informazioni, valutare il lavoro degli studenti, ...). Le indicazioni e i suggerimenti qui presenti sono necessariamente generali e non devono essere considerati prescrittivi, in quanto il dibattito sulla materia in oggetto è ancora molto aperto e i risultati delle sperimentazioni fino ad ora compiute potrebbero dipendere fortemente dal contesto in cui si è operato, in particolare dalle competenze e dalla storia personale degli insegnanti che le hanno realizzate.

L'uso delle nuove tecnologie per scopi didattici si inserisce in una tradizione consolidata come quella legata all'uso di strumenti mediatori dell'attività di insegnamento-apprendimento per meglio comprendere gli oggetti di studio (per esempio, è ampiamente riconosciuto che l'uso del compasso aiuta nell'evidenziare il ruolo strategico del centro e del raggio nella definizione della circonferenza come luogo geometrico dei punti equidistanti dal centro). D'altra parte il loro uso richiede competenze sia di carattere tecnico-operativo sia di carattere pedagogico, che non sempre fanno parte della formazione degli insegnanti o della loro formazione in servizio. La scuola dell'autonomia dovrà pertanto favorire negli insegnanti una crescita di professionalità nell'uso consapevole delle tecnologie attraverso percorsi di formazione specifici.

Molti insegnanti manifestano perplessità relativamente all'uso delle nuove tecnologie nella didattica: alcuni, per esempio, dichiarano la preoccupazione che tale uso possa comportare una graduale e inevitabile disattenzione alla relazione sociale e una spersonalizzazione dell'insegnamento. Le varie sperimentazioni che hanno fatto uso delle nuove tecnologie per conseguire specifici obiettivi di apprendimento-insegnamento hanno però rilevato proprio l'opposto: usando le nuove tecnologie, gli studenti sono maggiormente inclini a condividere osservazioni, esplorazioni, strategie risolutive di un problema, produzione di congetture e successiva discussione della loro validità. Naturalmente, affinché vengano minimizzati gli innegabili rischi, sempre possibili, di un uso scorretto, inadeguato o improprio delle nuove tecnologie, è necessario l'intervento costante e mirato dell'insegnante. Lungi pertanto dal prefigurarne la marginalità del

ruolo, l'uso delle nuove tecnologie richiederà per l'insegnante un impegno ancor maggiore che in passato e un ruolo ancora più strategico di quello tradizionale.

A tale riguardo è importante precisare che l'uso di un determinato sistema non comporta necessariamente un'innovazione o un miglioramento dell'azione didattica: perché ciò avvenga, è necessaria un'attenta progettazione dell'ambiente di apprendimento che coinvolge anche competenze di carattere disciplinare, storico-epistemologico e cognitivo. I cambiamenti che si possono realizzare nell'apprendimento individuale attraverso l'uso di una tecnologia sono in realtà il risultato di un mutamento più generale che l'intero ambiente di apprendimento subisce come conseguenza di tale uso dentro un'attività. Ciò enfatizza la natura sociale dello sviluppo cognitivo e della costruzione del significato e, al tempo stesso, sottolinea la necessità di considerare le relazioni che si stabiliscono nell'attività didattica tra studenti, strumenti mediatori e insegnanti. In questo quadro l'uso della tecnologia deve essere considerato in relazione all'attività di insegnamento-apprendimento nel suo complesso e non solo per lo sviluppo di specifiche abilità o per lo svolgimento di specifici compiti. Più in particolare deve essere privilegiato un uso a supporto di processi di insegnamento-apprendimento che si realizzano sul lungo periodo quali quelli necessari per lo sviluppo di conoscenze complesse e articolate come quelle coinvolte nella risoluzione di problemi, nello sviluppo di congetture e dimostrazioni, nelle attività di modellizzazione.

Osserviamo inoltre che i sistemi informatici oggi disponibili per l'attività didattica in campo matematico potranno evolversi in tempi brevi anche profondamente e nuovi sistemi, caratterizzati da funzionalità e livelli di interattività oggi non immaginabili, potranno essere progettati e resi disponibili sul mercato. Ciò impone agli insegnanti un compito costante di studio e aggiornamento sulle tecnologie di volta in volta disponibili, volto all'esame critico delle sue caratteristiche funzionali e alla identificazione e valutazione di possibili gestioni nel contesto d'uso della classe, in grado di sfruttare efficacemente tali caratteristiche ai fini didattici. I risultati delle ricerche e delle sperimentazioni realizzate in questo campo, pubblicate sulle riviste specializzate, potranno costituire un utile riferimento per lo sviluppo di tale compito.

È importante infine osservare che le nuove tecnologie possono essere di grande aiuto nella progettazione di percorsi didattici destinati ad alunni che presentano difficoltà di apprendimento. Per questi casi si ritiene opportuno il superamento di un approccio che vede l'alunno con difficoltà o con un ritardo di apprendimento come un alunno a cui "manca" qualcosa. Tale visione ha portato, negli anni passati, a concepire un uso della tecnologia principalmente orientato a cercare di porre rimedio a tale mancanza attraverso un approccio di tipo trasmissivo di abilità e competenze e una esercitazione assistita meccanica e ripetitiva. La ricerca moderna suggerisce che, anche in questi casi, la tecnologia può essere utilizzata in modo più proficuo secondo il quadro generale delineato, prestando particolare attenzione all'assistenza che l'insegnante può fornire all'alunno in difficoltà avvalendosi degli strumenti resi disponibili dalla tecnologia in uso.

2. Esempi di utilizzazione delle nuove tecnologie

Sulla base dei risultati più recenti della ricerca didattica e di molte sperimentazioni condotte nelle scuole ai diversi livelli scolastici, possiamo individuare tre tipiche modalità d'uso delle nuove tecnologie, che appaiono particolarmente appropriate per l'attività di insegnamento-apprendimento in campo matematico:

- a) Uso di strumenti di calcolo e di software specifici come strumenti mediatori nella progettazione e realizzazione di ambienti di apprendimento efficaci per lo sviluppo di conoscenze articolate in campo matematico.
- b) Uso delle risorse informative disponibili sulla rete Internet o su software ipermediali per lo sviluppo di ricerche specifiche su contenuti oggetto di studio o per eventuali complementi e approfondimenti degli stessi. Costruzione di prodotti ipermediali su particolari argomenti oggetto di studio.

- c) Uso di risorse comunicative di rete per favorire l'interazione con compagni ed insegnanti per scopi di confronto, riflessione e condivisione di conoscenze matematiche e per lo sviluppo di una pratica didattica basata su attività di tipo collaborativo o cooperativo.

Prima di prendere in considerazione le singole modalità sopra individuate, notiamo che una stessa attività didattica può anche essere caratterizzata da un uso integrato delle tre modalità.

a). *Uso di strumenti di calcolo automatico e di software didattici specifici*

La ricerca suggerisce che l'uso di strumenti di calcolo automatico e di software didattici specifici nell'attività di insegnamento-apprendimento può:

- rendere possibili nuovi modi di dare significato ai concetti matematici oggetto di apprendimento
- strutturare nuove possibilità di interazione tra il sapere istituzionalizzato e l'esperienza e le conoscenze che spesso gli alunni possiedono su un determinato argomento oggetto di studio
- modificare le interazioni che si realizzano in classe fra insegnante e allievi e fra gli stessi allievi, in relazione al sapere in gioco nell'attività di insegnamento-apprendimento.

È bene ricordare che l'uso di tali software nell'attività di insegnamento-apprendimento, sebbene possa produrre indubbi vantaggi, comporta anche nuovi compiti e responsabilità sul piano culturale e didattico per gli insegnanti.

In particolare, sul piano didattico, è stata dimostrata l'importanza di sistemi che nella loro interfaccia rendono disponibili oggetti computazionali con i quali l'alunno può interagire per esplorare un dominio di conoscenza matematico o la matematica che caratterizza un campo di conoscenza extramatematico. L'uso di questi sistemi può contribuire alla costruzione di ambienti di apprendimento in grado di offrire nuove possibilità per dare significato ai concetti matematici oggetto di studio e per sviluppare capacità nella esplorazione e risoluzione di problemi relativi al dominio di conoscenza in esame. Attualmente sono disponibili e sono stati sperimentati nella scuola di base sistemi volti allo sviluppo di competenze in diversi ambiti matematici (aritmetico, geometrico, statistico...). Gli esempi che seguono vogliono solo offrire qualche spunto per evidenziare alcune possibilità offerte da questi sistemi e non hanno alcuna pretesa di essere esaustivi.

Un primo esempio è costituito dall'uso delle calcolatrici numeriche. Già a partire dai primi anni della elementare tali strumenti possono essere utilizzati per esplorare regolarità numeriche, per controllare calcoli o stime di calcoli effettuati a mente. Non è vero, come molti pensano, che l'uso delle calcolatrici porti necessariamente all'impoverimento delle capacità di calcolo: esso può consentire di aumentare l'esperienza numerica e soprattutto abituare alle approssimazioni e alle stime. Attraverso un uso appropriato e intelligente in classe di tali strumenti può essere potenziato il calcolo mentale, come mezzo di controllo dell'attendibilità dei risultati, particolarmente utile nella costruzione di strategie risolutive di problemi; al tempo stesso può essere posta meno attenzione ad attività di tipo meccanico ripetitivo, oggi di scarso valore formativo, come le "operazioni in colonna" e il calcolo di espressioni complicate.

Un secondo esempio è costituito dall'uso dei fogli elettronici, sistemi di rappresentazione ed elaborazione dati che possono essere utilizzati nella scuola media anche per potenziare le possibilità di esplorazione, di osservazione e di individuazione di regolarità numeriche. Grazie ai vari ambienti che mettono a disposizione (piano dei numeri, delle formule, ambienti grafici), i fogli elettronici si rivelano anche utili per affrontare (e risolvere) problemi sotto diversi punti di vista: aritmetico, algebrico, grafico. Inoltre i fogli elettronici, rendendo disponibili funzioni per la rappresentazione e l'elaborazione automatica di vari tipi di dati, possono essere proficuamente utilizzati per esplorare le relazioni quantitative che caratterizzano situazioni relative a campi di conoscenza diversi (fisico,

biologico, economico, statistico, matematico, della vita quotidiana...) ai fini di una loro modellizzazione.

Un altro esempio è costituito dai sistemi di geometria dinamica, che consentono di utilizzare, con estrema facilità, il movimento nell'insegnamento-apprendimento della geometria euclidea; ciò consente di portare sotto il controllo della percezione l'insieme delle relazioni che definiscono una figura, potendo osservare, per esempio, le proprietà che si conservano quando gli oggetti base della figura vengono trascinati con il mouse. Tali sistemi si sono rivelati particolarmente adatti a progettare attività che favoriscono esplorazioni, osservazioni e produzione di congetture: essi possono essere utilizzati già a partire dagli ultimi anni della scuola dell'obbligo. Particolare cautela occorre invece nel loro impiego con alunni dei primi anni di scuola. Per essi, infatti, sembrano più adatte attività di manipolazione e costruzione diretta (ritagli, piegamenti, manipolazione di modelli concreti, ...) di figure geometriche del piano e dello spazio.

Infine notiamo che la tecnologia, unitamente ad altre attività che portino il bambino ad affrontare con logica e sequenzialità i problemi proposti, a seguire e a comunicare istruzioni, può essere utilizzata anche per potenziare l'aspetto algoritmico, essenziale in matematica. A tale fine può risultare utile l'uso di linguaggi di programmazione specifici, con una sintassi semplice e naturale, che consenta ai bambini di comunicare con l'elaboratore impartendogli istruzioni per eseguire azioni, realizzare disegni e costruire semplici ambienti.

b). Costruzione e uso di documenti ipermediali

Le risorse informative disponibili sulla rete internet e attraverso prodotti multimediali specifici offrono la possibilità di accedere a conoscenze strutturate che possono essere utilizzate dagli insegnanti sia per gestire in classe, con gli alunni, attività di riflessione, approfondimento e consolidamento, sia per attività finalizzate alla propria formazione e all'auto-formazione.

È possibile individuare almeno tre modalità per gestire la costruzione e l'uso in classe di documenti ipermediali per scopi didattici.

La prima prevede di far costruire documenti ipermediali agli studenti senza dar loro alcun materiale. Questo tipo di attività è finalizzata ad acquisire informazioni su come gli studenti sono in grado di organizzare le conoscenze oggetto di studio e la rete di relazioni che caratterizza i concetti appresi.

La seconda modalità richiede agli studenti la costruzione di documenti ipermediali fornendo loro molto materiale o il riferimento a dove reperirlo o fornendo loro assistenza mentre usano motori di ricerca per accedere alle risorse informative della rete. Con questo tipo di attività è possibile studiare la capacità degli studenti di muoversi in un sistema complesso di informazioni e conoscenze e di organizzarle in strutture adeguate, in riferimento allo scopo definito dall'insegnante o negoziato durante l'attività.

La terza modalità è relativa all'utilizzo diretto in classe da parte dell'insegnante delle risorse informative disponibili sia sulla rete sia su prodotti ipermediali specifici. In questo caso si tratta di usare tali risorse per favorire e potenziare la comunicazione didattica.

L'uso di documenti ipermediali, nelle diverse modalità, può essere avviato già a partire dalla scuola di base. Le risorse informative disponibili sulla rete internet possono essere anche utilizzate dagli insegnanti per attività di formazione e auto-formazione, che possono essere costruite e realizzate sulla base di modelli profondamente diversi da quello trasmissivo, attualmente ancora dominante nella scuola italiana.

Le tecnologie telematiche possono infatti essere utilizzate a supporto di processi di formazione basati sulla documentazione e rielaborazione della propria esperienza o di esperienze realizzate da altri insegnanti e comunque accessibili tramite la rete. Le esperienze più recenti condotte dal Ministero dell'Istruzione nel campo della formazione a distanza degli insegnanti costituiscono un riferimento importante per coloro che sono interessati a utilizzare la rete come strumento di accrescimento della propria professionalità.

c) Uso di risorse comunicative di rete

L'uso di risorse comunicative di rete consente di inserire l'attività di risoluzione di problemi all'interno di una pratica sociale che può modificare profondamente l'atteggiamento complessivo degli alunni verso il problema, le strategie risolutive che essi impiegano e il modo in cui validano il processo risolutivo attuato.

L'attività didattica mediata dalla comunicazione di rete contribuisce infatti a uno spostamento dell'attenzione dal "fare" al "fare per comunicare", favorendo l'assunzione di nuovi criteri quali la chiarezza e la leggibilità nella realizzazione del proprio prodotto risolutivo. In questo quadro lo studente costruisce una risoluzione che deve essere negoziata e condivisa dai propri compagni e non solo valutata dall'insegnante. La verifica sociale, a cui processo e prodotto risolutivi vengono sottoposti tramite la comunicazione di rete, offre la possibilità di mettere in discussione le strategie adottate e di modificarle in relazione ai feedback ricevuti dai propri interlocutori.

Le risorse comunicative di rete possono essere utilizzate a supporto dello sviluppo di differenti pratiche collaborative durante lo svolgimento di compiti. Tali pratiche possono essere, per esempio, lo scambio e il confronto delle risoluzioni realizzate, il commento, la critica, le osservazioni sulle soluzioni realizzate da un compagno, la collaborazione nella risoluzione di compiti complessi.

Osserviamo infine che le risorse comunicative di rete possono essere proficuamente impiegate negli scambi comunicativi tra insegnante e alunni (per esprimere dubbi, sollevare problemi, richiedere chiarimenti da parte dell'alunno e per offrire spiegazioni, indicazioni e suggerimenti da parte dell'insegnante), in attività collaborative tra classi di scuole diverse, nello stabilire relazioni con esperti e, più in generale, nella partecipazione a liste di discussione; si tratta di attività che con gradualità e attenzione, possono essere avviate già a partire dalla scuola dell'obbligo.

Commissione UMI “Curricoli di Matematica”

Coordinatore:

Ferdinando Arzarello, Università di Torino

Elenco dei partecipanti:

Anichini Giuseppe, Università di Firenze
Arpinati Annamaria, IRRE Emilia Romagna
Bernardi Claudio, Università di Roma
Brigaglia Aldo, Università di Palermo
Brunelli Fabio, Scuola Media “Masaccio”, Firenze
Chiappini Giampaolo, IMA-CNR, Genova
Ciarrapico Lucia, Ministero Istruzione, Roma
Cotoneschi Stefania, Scuola-Città “Pestalozzi”, Firenze
D’Aprile Margherita, Università di Cosenza
Eugeni Franco, Università di Teramo
Ferri Franca, Scuola Elementare “P. da Palestrina”, Modena
Mammana Carmelo, Università di Catania
Marchi Mario, Università Cattolica di Milano
Meloni Gianna, Scuola Elementare
Ottaviani Gabriella, Università di Roma
Paola Domingo, Liceo Scientifico “Issel”, Finale Ligure (Sv)
Robutti Ornella, Università di Torino
Sbordone Carlo, Università di Napoli
Tortora Roberto, Università di Napoli
Villani Vinicio, Università di Pisa

Seminario “Viareggio 2001”

Responsabili del Progetto:

Prof. Ferdinando Arzarello (UMI)

Isp. Lucia Ciarrapico (MPI)

Direttore organizzativo:

Preside Giuseppe Ciri, Liceo Scientifico “Vallisneri”, Lucca

Elenco dei partecipanti:

Anichini Giuseppe	Università di Firenze
Archetti Adria	Istituto Comprensivo di via Puglie, Roma
Arzarello Ferdinando	Università di Torino
Barbero Riccardo	IRRE Piemonte
Betti Bianca	Scuola Elementare “Martiri per la libertà”, 4° Circolo, Carpi (Mo)
Borrelli Annalisa	ITGS “F. Galieni”, Napoli
Brunelli Fabio	Scuola Media “Masaccio”, Firenze
Bulgarelli Ernilia	Istituto Comprensivo “Turolfo”, Torino
Casella Piccinini Patrizia	Scuola Elementare “Radice”, 4° Circolo, Lucca
Chiappini Giampaolo	IMA-CNR, Genova
Ciarrapico Lucia	Ministero Istruzione, Roma
Colombi Elena	Scuola Elementare “Carducci”, 1° Circolo, Pavia
Cometto Attila	Scuola Elementare “Pirandello”, 1° Circolo, Giaveno (To)
Costa Angela	Nucleo di Ricerca Didattica, Università Cattolica di Brescia
Cotoneschi Stefania	Scuola – Città “Pestalozzi”, Firenze
D'Arnbrosio Lucia Anna	Scuola Media “G. Ferraris”, Bisceglie (Ba)
D'Angelo Giovanna	Istituto Comprensivo “M. Buonarroti”, Palermo
Di Bilio Biagio	Ministero Istruzione, Roma
Ferrante Loretta	Scuola Media di Via Poseidone, Roma
Ferri Franca	Scuola Elementare “P. da Palestrina”, 10° Circolo, Modena
Fornica Domenica	Istituto Comprensivo “Capuana-Pirandello”, Catania
Garuti Rossella	IRRE Emilia Romagna
Gazzolo Teresa	Scuola Elementare di Camogli, Circolo di Recco (Ge)
Gilardi Marina	Scuola Elementare “R. D'Azeglio”, Torino
Giua Franco	IRRE Sardegna
Gúugno Carla	Scuola Elementare “L. Einaudi”, Circolo di Roncade (Tv)
Manzo Vita	IIS “U. Mursia”, Carini (Pa)
Merlo Donatella	Scuola Elementare “N. Costa”, 1° Circolo, Pinerolo (To)
Militerno Alessandro	Sovrintendenza Scolastica – Piemonte
Milone Carmela	Scuola Media “Dante Alighieri”, Catania
Ottaviani M. Gabriella	Università “La Sapienza”, Roma
Pandolfi Carmelína	Scuola Elementare “San Giovanni Bosco”, 3° Circolo, Potenza
Perelli D'Argenzio M. Pia	CIRDIS, Università di Padova
Perrini Rita	Scuola Media “L.da Vinci-D. Alighieri”, Brindisi
Robutti Ornella	Università di Torino
Scali Ezio	Scuola Elementare “G. Ungaretti” Circolo di Piossasco (To)
Sciolis Marino Maria	Istituto Comprensivo “L. Gereschi”, Pontassescchio (Pi)
Trevisani Marco	Scuola Elementare “P. Massacra”, 3° Circolo, Pavia
Ventavoli Licia	Istituto Comprensivo “G. Galilei”, Montopoli (Pi)

Il problema del pacco

Livello scolastico: 4^a elementare

Competenze interessate	Contenuti dei nuclei tematici coinvolti	Nuclei coinvolti	Collegamenti esterni
<p>Produrre semplici congetture Verificare le congetture prodotte testandole su casi particolari Validare le congetture prodotte, sia empiricamente, sia mediante argomentazioni, sia ricorrendo a eventuali controesempi</p> <p>Usare la visualizzazione, il ragionamento spaziale e la modellizzazione geometrica per risolvere problemi del mondo reale o interni alla matematica Individuare simmetrie in oggetti e figure date. Riconoscere figure uguali e descrivere le isometrie necessarie per portarle a coincidere. Riprodurre in scala. Risolvere problemi, applicando le proprietà geometriche delle figure.</p> <p>Essere consapevole dell'obiettivo da raggiungere in una situazione problematica e del processo risolutivo seguito, con attenzione al controllo delle soluzioni prodotte.</p>	<p>I principali enti geometrici Simmetrie</p>	<p><u>Argomentare e congetturare</u></p> <p>Lo spazio e le figure</p> <p>Porsi e risolvere problemi</p>	<p>Lingua italiana</p>

Contesto: Percorsi su un modello

Descrizione dell'attività

Preparazione del modello: Il problema viene presentato utilizzando un piano, di legno o di cartone, costituito da alcuni pannelli quadrati avvicinati, che simulano un paese abitato dal Signor **O** e da altri personaggi che vi realizzano diversi percorsi. Uno di questi percorsi può essere quello presentato nel problema. Nel paese c'è una strada principale su cui passano le auto....

Fase 1

L'insegnante presenta il problema, verbalmente aiutandosi con i gesti: "Il Signor O deve andare dal punto A al punto C. Un'auto sta passando sulla strada principale e deve consegnare un pacco al Signor O. Quest'auto può viaggiare solo sulla strada principale, e può fermarsi nel punto indicato dal Signor O per incontrarlo e consegnargli il pacco. Siccome il Signor O è molto pigro, vuole compiere il cammino più breve possibile dal punto A al punto C passando per il punto in cui gli sarà consegnato il pacco sulla strada principale. Qual è il punto in cui deve farsi consegnare il pacco il Signor O per compiere il cammino più breve possibile?"

A turno i bambini danno avvio al processo risolutivo indicando sulla strada il punto che secondo loro minimizza il percorso e giustificano la loro scelta "dimostrando", con opportune argomentazioni, che il punto indicato rappresenta realmente, per loro, la strada più breve per il Signor O. Ogni punto è rappresentato da un chiodino piantato dall'insegnante. Possono usare una macchinina, per far portare il pacco, e alcuni pupazzetti per mimare i percorsi. Tra le diverse soluzioni si ritrova quasi sempre quella corretta, perché è veicolata dalla simmetria della situazione (la linea tratteggiata verticale che funge da asse di simmetria è la linea di giunzione tra i pannelli di legno). Nel corso della discussione di soluzione, i bambini giungono gradualmente a capire che il punto di mezzo tra E1 ed E2 ha qualcosa di speciale.

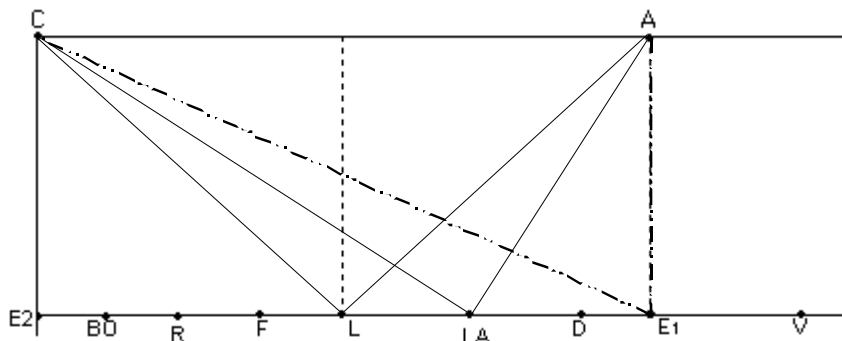


fig.1

Per comprendere meglio come si possano sviluppare le argomentazioni e possano evolvere nel corso della discussione, è interessante citare alcune frasi significative dette dai bambini. Ad esempio, dopo aver indicato in prima istanza il punto E1, Enrico si corregge e indica il punto E2 perché dice: "Da me deve fare un pezzo in più di cammino, invece se va subito qua ha già fatto un bel pezzo in più di cammino." (fig. 1)

Poco dopo interviene Diego: "Secondo me sono quasi uguali 'sti posti perché per fare la strada da lì a lì e da là alla C, facendo sempre quegli angoli fa sempre la stessa cosa ... gli stessi centimetri"

Infine Lorenzo: "Io devo dire che dalla mia in giù sono più lunghi, dalla mia in su sono più corti perché si avvicinano sempre più alla C e si allontanano di più dalla A"

Già dalle prime fasi si può vedere come i bambini utilizzino un linguaggio abbastanza ricco e complesso, con uso del periodo ipotetico (se), del perché e del gerundio (facendo). Nelle argomentazioni si rivela fondamentale la gestualità veicolata dalla situazione e dagli strumenti usati.

Per provare la correttezza delle loro ipotesi i bambini possono usare una cordicella colorata, dei legnetti che rappresentano i passi del Signor O o il righello. L'uso della cordicella è in genere preferito perché più immediato e perché "con i fili sei proprio sicuro che siano diritti, invece con i legnetti può essere che vai storto". I percorsi vengono visualizzati dalla cordicella che è più lunga del percorso, e che deve essere tesa fra i chiodini e libera di scorrere. Per misurare i bambini tendono la cordicella e tengono il segno con il dito, misurando il percorso successivo si accorgono che se è più lungo devono "mollare" la cordicella perché si deve allungare o viceversa che devono tirarla per farla accorciare.

Si crea una situazione dinamica che favorisce gli esperimenti mentali e conduce alla formulazione di argomentazioni più articolate. Spostando l'attenzione su ciò che succede alla cordicella, i bambini passano dall'argomentare pro o contro una soluzione alla generalizzazione, ipotizzando che cosa potrebbe succedere spostando il punto del pacco verso destra o verso sinistra. Negli interventi che seguono si evidenziano alcune capacità: confrontare insiemi di situazioni tra di loro, generalizzare, passando da affermazioni legate alla situazione specifica ad altre valide per più situazioni, trarre conclusioni concatenando i ragionamenti (uso del quindi):

Diego: “Se alla V non ci arriva il filo, non arriverà neanche qua (indica i punti E) perché sono i bordi a sinistra e a destra che non arriva, quindi più sono in centro più vanno bene, più sono corti”

Valentina: “LA e L sono quelli che i cordini ci arrivano meglio perché la E2, B, R, e F invece D, E, V sono più lunghi ...” Laura: “Vince la L perché se non ci arriva alla R non ci arriverà neanche alla E1 e alla BO perché quelli lì sono più lontani, come qui: se LA ci andava e la V non ci andava forse questi due ci andavano perché avevi subito provato quelli là laggiù, invece noi provavamo subito questi, sapevi già che quelli non ci andavano perché erano più lontani.” Lorenzo: “Io ho scelto il punto L perché io dicevo così: se faccio la metà di questi due grandi quadrati sono sicuro che arrivo prima perché taglio la strada e poi la ri-taglio”

Misurando dai punti estremi si vede bene che man mano ci si avvicina al centro le distanze diminuiscono e poi superato il centro si allungano, ma si vede anche l'equivalenza dei percorsi che passano per i due estremi. Ciò suggerisce che ci possano essere delle coppie di percorsi equivalenti come lunghezza, a sinistra e a destra, e comincia ad essere compresa la simmetria della situazione. La parola “simmetrici” infatti compare poco dopo:

Laura: “... questi fili qua mi sembrano paralleli, mi sembra che si specchiano” Ins. “Ti ricordi come si dice quando si specchiano?” Voce: “Simmetrici” Laura: “Sì perché lui (Lorenzo) ha visto che te hai messo un chiodo là A e un altro qui C e ha detto: se io mi metto qua questi due si specchiano e allora arrivo prima, taglio tutte le strade, perché lui ha contato nella sua mente, ha ragionato”

L'insegnante può stimolare la produzione di argomentazioni con domande del tipo: “Che cosa ti aspetti che succeda se misuri il tuo percorso che è dopo quello di Luana?” (fig. 2) Si possono ottenere queste risposte: Francesca: “Per me ne avanza ancora un po' di meno” Luana: “Io non sono d'accordo perché se F ha superato la metà per me è più lungo, perché secondo me dopo la metà viene più lungo e prima della metà è più corto ...”

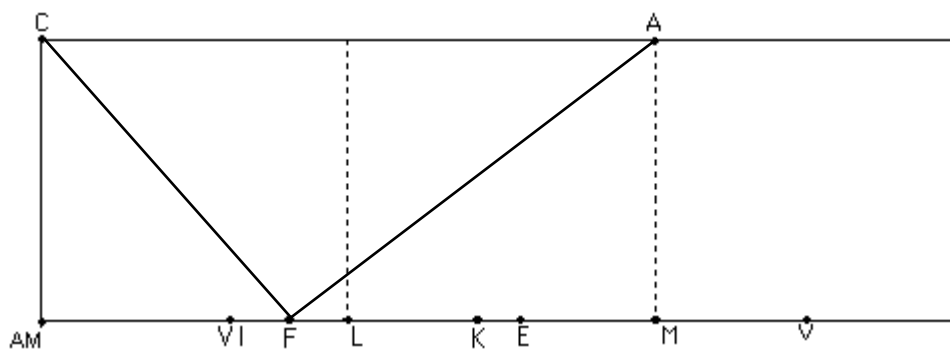


fig. 2

Un altro tipo di domanda che stimola ad argomentazioni è quella che chiede di giustificare una affermazione spiegando il “perché”. Nella risposta precedente si vede che l'alunna fornisce la spiegazione: questo si ottiene spontaneamente se “argomentare” fa parte del contratto didattico esistente nella classe per cui nel momento della discussione ogni risposta data ed ogni affermazione fatta deve essere giustificata.

Nella discussione successiva a classe intera, durante la quale sono socializzate le soluzioni e si realizza una rappresentazione in scala sul quaderno delle stesse, confrontando le soluzioni, si fanno ulteriori considerazioni sulle simmetrie e sulle congruenze esistenti nella situazione: il punto A è simmetrico del punto C rispetto alla linea di divisione dei due pannelli (che può essere indicata con

una cordicella colorata), la distanza di A e di C dalla strada è uguale. I bambini giungono a concordare che il punto centrale, nella giunzione dei due pannelli, è proprio quello che minimizza il percorso. La soluzione si trova sulla base di argomentazioni che rendono superflua, anche per i bambini più scettici, la verifica sperimentale con il confronto diretto delle diverse distanze.

Fase 2

L'insegnante può continuare la storia dicendo: *"Il giorno successivo il Signor O, partendo sempre dal punto A, deve andare a trovare un altro amico che abita in questo punto ..."* e intanto costruisce davanti agli occhi dei bambini, misurando, il punto C' simmetrico di C e nel punto C' pianta un chiodino. Infine pone la domanda: *"Qual è la strada più breve per andare da A a C'?"*.

Per dimostrare che il punto che minimizza il percorso del Signor O da A a C è quello d'incrocio tra la retta congiungente A e C' e la "strada", è difficile che i bambini ricorrano spontaneamente alla costruzione di C', simmetrico di C, non lo farebbe nemmeno un adulto. Quindi l'insegnante deve proporre la costruzione del simmetrico di C come un dato di fatto. Questa fase fornisce ulteriori elementi di riflessione e soprattutto può far evolvere le argomentazioni verso modelli più complessi.

A questo punto i bambini si rendono conto che, in questa situazione, la distanza più corta è sicuramente rappresentata dal percorso rettilineo che congiunge A con C'. L'insegnante allora pone la seconda domanda: *"Oggi il Signor O fa più o meno strada rispetto al giorno precedente?"*

Da questa domanda nascono due modalità di verifica: quella che si basa sulla misura e poi sul confronto delle due lunghezze dei percorsi e quella che si basa sul ribaltamento della cordicella da C a C' tenendo fisso il punto L. Ponendo questo problema anche la gestualità legata alla situazione si arricchisce di nuove operazioni: la ricerca di congruenze mediante i ribaltamenti e la costruzione della linea retta congiungente A con C' tendendo la cordicella. Con queste due modalità la congruenza dei percorsi ALC e ALC' si può verificare e in genere tutti concordano nel dire che la misurazione è superflua. Per "dimostrare" che i percorsi dei due giorni sono uguali ci sono tutte le informazioni necessarie, si devono però collegare due affermazioni: il percorso ALC' è il più corto, il percorso ALC è lungo come il percorso ALC'. Non tutti i bambini sono in grado di formulare correttamente il ragionamento: utilizzano però gesti e costruzioni linguistiche che permettono all'insegnante di capire se sono in sintonia con la situazione. Laura: *"Secondo me è uguale perché prima abbiamo misurato e abbiamo specchiato di là, abbiamo fatto lo specchio da C a C' allora se lo specchio è come se fosse da A a C' perché se te fai da C' e poi lo metti là vedi che non se ne toglie niente perché l'hai specchiato..."* Katia: *"Ho visto che il cordino verde era uguale, la stessa misura e visto che quello lì è sempre uguale a questo qui allora devono essere per forza uguali."* Laura: *"Io oltre a questo modo ne ho avuto un altro, che se noi mettiamo la A là di fianco ti viene come se là fosse ALC, ti viene questo specchiato."*

L'argomentazione di Katia è la più completa, anche se il linguaggio naturale usato è molto "sporco", non si stacca dalla gestualità e non esce dal contesto specifico. In pratica, è come se Katia dicesse: *"Se i due segmenti CL e C'L combaciano mediante il ribaltamento e il segmento AL coincide nei due percorsi, allora ALC e ALC' sono congruenti"*; dalla verità delle due affermazioni di partenza si deduce la verità della conclusione.

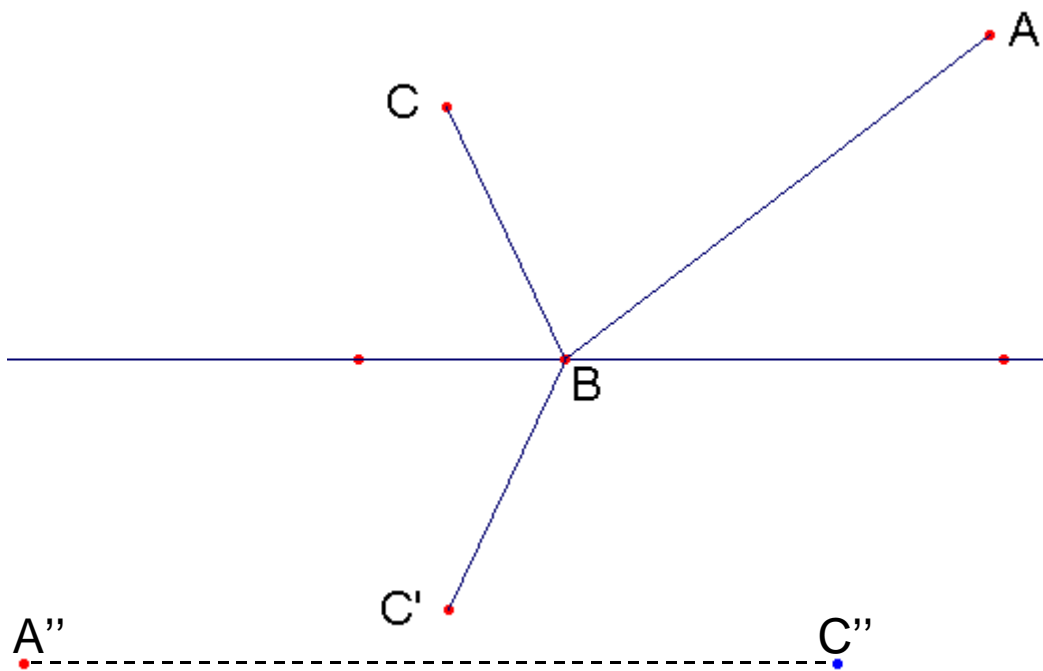
Fase 3

La simmetria delle situazioni presentate finora potrebbe dare una visione troppo semplificata e statica del problema, quindi è opportuno variare la posizione dei punti A e C, facendo in modo che si trovino a diversa distanza dalla strada. Una fase ulteriore del lavoro, proponibile anche in classi successive, prevede quindi la soluzione di questo problema: *"Che cosa cambia se i punti A e C si trovano a diversa distanza dalla strada? Dove dobbiamo far posare il pacco? Quale sarà il percorso più breve per il Signor O?"*

Spostando i punti A e C, il modello risolutivo costruito con la situazione precedente non funziona più perché manca la simmetria dei punti A e C rispetto alla linea di giunzione dei pannelli: si tratta quindi di spostare

l'attenzione dei bambini sulla simmetria tra C e C' che permette di trovare il punto di incrocio B sulla retta r in qualsiasi caso.

A questo punto la situazione “deve” essere decontestualizzata e si presta quindi anche alla modellizzazione con i software di geometria dinamica che possono facilitare la comprensione della soluzione geometrica. L'uso del software determina un cambiamento nel linguaggio perché i bambini debbono essere avviati ad una terminologia più scientifica. In questo caso il software facilita il processo d'astrazione verso gli enti geometrici pur mantenendo alcune immagini forti: le cordicelle diventano segmenti, i chiodini diventano punti, ma ciò che succede nel piano con le cordicelle è molto simile a ciò che si vede accadere sul computer.



Per risolvere il problema con Cabri si costruisce una retta che rappresenta la strada, due punti A e C che rappresentano i punti di partenza e d'arrivo, e, scegliendo in maniera casuale un punto B sulla retta, si costruiscono i segmenti AB e BC . Il percorso sarà individuato dalla somma dei due segmenti che viene riportata con il compasso nella parte bassa dello schermo. Il punto rosso e il punto blu sono gli estremi del segmento somma $A''C''$. Facendo scorrere il punto B sulla retta, i bambini si rendono conto che il punto blu scorre verso destra o verso sinistra, ma non scende mai sotto un punto limite che si raggiunge quando A , B e C' sono allineati.

In questo caso i bambini studiano le variazioni della situazione al variare della posizione di B e quindi il problema diventa: “*Trovare la posizione del punto B che minimizza la lunghezza del percorso ABC* ”. Questo momento dell'attività può fungere da verifica della comprensione del problema.

In una classe superiore si potrebbe ipotizzare un approccio diretto al problema tramite il software, occorre però modificare le modalità didattiche in modo che siano i bambini a scoprire la posizione del punto B per approssimazione in modo da rendere minimo il segmento $A''C''$. In tal caso i bambini si trovano ad esaminare il grafico precedente ma senza il punto C' . Successivamente, utilizzando la macro Bottone di Cabri, si può far apparire il punto C' simmetrico di C rispetto alla retta r e verificare che in corrispondenza del percorso minimo si ha l'allineamento dei punti ABC' .