

Gli apprendimenti in matematica sono un problema?

Di Raimondo Bolletta

Ottobre 2007

Premessa

Vi è una diffusa preoccupazione circa lo stato delle competenze matematiche possedute dai giovani in Italia. A livello di opinione pubblica tale preoccupazione si basa su due riscontri molto evidenti: i risultati delle indagini OCSE PISA e i dati sulle iscrizioni alle facoltà scientifiche e matematiche. Come in tutti gli allarmi sociali è grande il rischio di alimentare pregiudizi nelle analisi dei dati e di attivare controproducenti interventi approssimativi. Questo capitolo intende fornire spunti di riflessione per una lettura attenta ma prudente della situazione che va trattata con cautela senza provocare ulteriori disastri come è facile che accada in situazione complesse quali quelle di un sistema educativo. Per questo si è preferito seguire un *escursus* storico per rintracciare un filo logico che consenta una migliore lettura dei dati disponibili.

La preparazione in matematica è una questione centrale?

Il sistema scolastico italiano nel suo complesso, ma in particolare il settore che si occupa dell'educazione matematica, sconta un certa arretratezza rispetto ad altri paesi parimenti avanzati nell'uso di tecniche di accertamento oggettivo del profitto e nella realizzazione di ricerche empiriche sullo stato dell'educazione a livello di sistema ma, in compenso, presenta una ricca varietà di iniziative innovative, ricerche, sperimentazioni ed elaborazioni di materiali didattici le quali però spesso rimangono limitate ad ambiti troppo circoscritti.

L'accertamento delle abilità matematiche risulta prioritario e centrale in ogni forma sistematica di accertamento censimentario o campionario, longitudinale e/o trasversale degli apprendimenti scolastici per varie ragioni:

- l'educazione matematica rimane un obiettivo fondamentale in tutti gli ordini scolastici;
- molti casi di insuccesso scolastico derivano dalle difficoltà incontrate nell'apprendimento della matematica;
- sulla matematica vi è stato un notevole investimento di risorse in termini di proposte innovative, sperimentazioni e ricerche che hanno innescato molte attese, a volte deluse;
- non vi è un generale accordo sulle modalità più opportune per accertare il raggiungimento dei principali obiettivi formativi della matematica.

Negli anni settanta M. Kline¹ denunciava il fallimento negli Stati Uniti della cosiddetta 'matematica moderna' chiedendosi *Why Johnny can't add?*

Il dibattito sul rinnovamento dell'insegnamento della matematica è stato segnato da una specie di pendolo oscillante tra due estremi:

- il perseguimento di obiettivi minimi centrati sull'acquisizione di repertori di skills esecutivi e automatici da un lato e

- la concezione di una educazione ricca di significati, motivazioni, problemi stimolanti per lo sviluppo di una intelligenza creativa dall'altro.

La domanda di Kline potrebbe ancora essere riproposta anche per l'Italia in relazione a un temuto declino nei giovani anche delle più elementari abilità matematiche ma gli innovatori e i docenti più impegnati non vorrebbero far fronte al problema con un ritorno indietro, e cioè con un addestramento su poche abilità di basso livello, e resistono quindi proprio all'accertamento oggettivo del profitto mediante test che a loro parere enfatizzerebbe solo le prestazioni più semplici. Tale ostilità nei confronti delle prove oggettive (strumenti necessariamente usati nelle valutazioni di sistema), unita alla considerazione delle specificità dei curricula italiani e delle modalità di accertamento rispetto agli altri paesi, ha motivato nel passato la rinuncia alle ricerche comparative proposte dallo IEA² sulla matematica. Solo di recente l'Italia ha cominciato a confrontarsi nelle indagini internazionali sulla matematica attraverso le indagini IEA TIMSS³ e OCSE PISA⁴.

La scelta degli strumenti di indagine

E' utile ricordare rapidamente il panorama delle scelte metodologiche e delle strumentazioni di indagine adottate in passato circa la valutazione didattica e di sistema in matematica, panorama complesso, abbastanza ricco di proposte e di esperienze piuttosto eterogenee e a volte scarsamente formalizzate.

Il test IARD Tarantini

Va innanzitutto ricordato il test IARD-Tarantini⁵ che agli inizi degli anni settanta ha costituito in Italia il primo esempio per la matematica di test fattoriale standardizzato disponibile per la valutazione nel passaggio dalla scuola media alla scuola secondaria superiore. Tale batteria di prove ha un carattere diagnostico e il suo fine didattico fondamentale è quello di realizzare un valido atto conoscitivo, preliminare a un successivo intervento di compensazione all'inizio della scuola secondaria superiore. Il test è stato tarato nel 1969 su una popolazione di 1700 studenti di alcune prime classi di istituti superiori di Milano, assunti come istituti tipici con difficoltà di inserimento degli studenti nel passaggio dalla media alle superiori. Tutti i quesiti sono a risposta chiusa. L'uso più significativo di tale test è stato fatto nell'ambito di ricerche pedagogiche⁶ o in enti per la formazione professionale o i centri di formazione regionale.

I progetti di ricerca

Nell'ambito della ricerca in didattica della matematica, il primo esempio in Italia di produzione ed uso di prove oggettive di profitto, finalizzate alla valutazione degli esiti di un progetto sperimentale, si ha nel progetto RICME (Ricerche per l'Innovazione del Curricolo Matematico nelle Elementari). Materiali prodotti, prove utilizzate e risultati raggiunti sono stati tempestivamente pubblicati⁷ ed hanno costituito un patrimonio di riferimento per molti altri lavori e sperimentazioni legate alla innovazione dei programmi di scuola elementare.

Nelle numerose ricerche in didattica della matematica condotte nella scuola primaria e secondaria il problema della valutazione è stato variamente dibattuto: gli strumenti di accertamento utilizzati sono stati per lo più funzionali agli obiettivi specifici delle ricerche in cui erano utilizzati ma sono rari gli esempi di standardizzazioni o di tarature di strumenti oggettivi che abbiano una rappresentatività superiore all'ambito in cui ciascun gruppo di ricerca operava. Va segnalata l'attività del gruppo di ricerca dell'Università di Pisa che negli anni '80 ha tradotto e distribuito un test di matematica di origine statunitense presso una rete di docenti volontari; la somministrazione del test aveva tra l'altro lo scopo di individuare ragazzi maggiormente dotati da selezionare in vista delle Olimpiadi matematiche.

Le sperimentazioni strutturali

Nell'ambito dell'attività promosse direttamente dal MPI vanno segnalate le sperimentazioni assistite denominate Igea ed Ambra che hanno promosso una sistematica attività di accertamento dei livelli iniziali nelle abilità linguistiche e logico-matematiche. Gruppi di studio ministeriali, appositamente costituiti e formati da docenti, presidi ed ispettori hanno preparato le prove di tipo oggettivo per la matematica, che, dopo un try-out condotto in alcune sperimentazioni pilota, sono state somministrate all'universo degli studenti delle classi sperimentali. Alla fine dell'a.s. 1989-90 il progetto Igea ha realizzato anche una somministrazione di prove sommative per la fine del secondo e terzo anno di corso. Mentre le prove di ingresso dell'Igea concernevano abilità piuttosto generali, non necessariamente connesse alla conoscenza di nozioni apprese a scuola, quelle di Ambra hanno caratteristiche più finalizzate all'accertamento dell'apprendimento avvenuto nella scuola media.

Pur non avendo l'Italia partecipato direttamente ai primi due studi comparativi sulla matematica realizzati dalla IEA⁸, il test della popolazione IV nel primo studio sulla matematica è stato tradotto e utilizzato nel 1971 nell'ambito dell'indagine IEA Six Subjects. Successivamente, nel 1979, il test è stato utilizzato in una ricerca comparativa tra i rendimenti di classi sperimentali e classi di ordinamento⁹. Anche i test del secondo studio IEA sono stati tradotti a cura della associazione di docenti di matematica Mathesis che ha provveduto a realizzare un pre-testing rispettivamente su 204 studenti della fine della scuola superiore e su 405 di fine scuola media di classi di docenti volontari¹⁰.

La rete IRRSAE CEDE BDP

Circa l'attività della rete IRRSAE-CEDE-BDP va detto che numerose iniziative hanno riguardato il problema della valutazione e della continuità tra diversi livelli scolastici ma assai spesso l'obiettivo era principalmente quello di aggiornare e sensibilizzare i docenti su tali tematiche. Sulla matematica tre iniziative, rispettivamente del CEDE, dell'IRRSAE Lombardia e dell'IRRSAE Piemonte, hanno avuto come obiettivo la produzione di strumenti di accertamento standardizzati. I test IRRSAE Lombardia, M1 e

M2, sono stati messi a punto dal gruppo di ricerca in didattica della matematica dell'Università di Pavia ed hanno inteso fornire strumenti diagnostici standardizzati per il passaggio rispettivamente dalla scuola elementare alla media e dalla media alla scuola secondaria superiore. La ricerca si è conclusa nel 1988 con una taratura su due campioni rappresentativi a livello regionale. Il test IRRSAE Piemonte, messo a punto da un gruppo di docenti costituito presso lo stesso IRRSAE intendeva sondare l'apprendimento matematico e le capacità acquisite dagli alunni al termine della scuola media in Piemonte in relazione all'attuazione dei programmi del 1979. La ricerca è stata completata nel 1988 con una taratura rappresentativa dei rendimenti regionali¹¹

Tali iniziative, come anche il test Tarantini, hanno seguito in modo rigoroso le procedure tipiche della validazione e della standardizzazione di prove di profitto, procedure comunemente usate nella valutazione di sistema.

Test VAMIO

La ricerca VAMIO¹² (Verifica Abilità Matematiche Istruzione dell'Obbligo) realizzata dal CEDE, ha affrontato il problema dell'accertamento dei livelli di apprendimento in matematica raggiunti dagli allievi alla fine della scuola dell'obbligo in relazione alla effettiva attuazione dei programmi introdotti nel 1979 e ha avuto come obiettivo operativo la produzione e la standardizzazione di un test diagnostico utile per l'accertamento delle lacune riscontrabili all'inizio della scuola secondaria superiore.

La ricerca è stata realizzata in varie fasi, dal 1985 al 1988, che hanno compreso anche un accurato inventario dei curricoli realmente svolti dichiarati da un campione di 1300 docenti di matematica e dalla somministrazione e dalla tarature su campione nazionale sia alla fine della terza media sia all'inizio del primo anno della scuola secondaria superiore. Il test VAMIO, volendo accertare lo stato di avanzamento dell'attuazione dei nuovi programmi di scuola media, è piuttosto lungo, si compone di ben 110 quesiti e la somministrazione richiede due sessioni di 1 ora e mezza l'una in giorni distinti. Il test fornisce due tipi di punteggi: il primo tipo è costituito da scale calcolate rispetto alla struttura contenutistica del curricolo formale (Geometria, Numeri, Probabilità, Equazioni) mentre il secondo tipo individua attraverso l'analisi fattoriale delle scale associate a delle competenze così sommariamente descritte sulla base delle aggregazioni a posteriori degli item:

A1=capacità di risolvere esercizi e problemi di tipo tradizionale per effetto di un addestramento ripetitivo o fortemente consolidato.
A2=capacità di risolvere esercizi e problemi di tipo più innovativo presumibilmente per effetto di un insegnamento orientato a sviluppare in modo coordinato argomenti diversi.
A3=capacità di leggere e interpretare correttamente formule testi e grafici.
A4=capacità di rappresentare, codificare, decodificare attraverso modelli (geometrici e/o algebrici) una situazione data.
A5=capacità di operare con trasformazioni geometriche.
B1=analogo al fattore A1.
B2=capacità di risolvere problemi.
B3=capacità legate alla conoscenza della geometria analitica.
B4=capacità di risolvere problemi usando correttamente rapporti confronti e proporzioni.
B5=capacità di risolvere semplici problemi di tipo probabilistico.

Nella sigla del fattore si ritrova la parte del test da cui sono ricavati, parte A e parte B.

L'indagine VAMIO è stata replicata 10 anni più tardi nel 1996¹³ su campione nazionale e su tutte le classi di terza media della Valle d'Aosta per uno studio sul bilinguismo.

Test CENSIS

Si tratta di una prova oggettiva preparata nell'a.s. 1991-92 dal CENSIS¹⁴ per conto del Ministero della Pubblica Istruzione nell'ambito del monitoraggio della riforma della scuola elementare. Ha riguardato in particolare le competenze linguistiche e quelle logico matematiche interessando un campione di allievi rappresentativo dell'intera popolazione degli studenti di quinta elementare delle scuole statali italiane

La somministrazione del 1992 intendeva costituire una taratura per effettuare ripetuti controlli di sistema di tipo longitudinale e trasversale. Data la finalità dell'indagine, la prova è stata centrata soprattutto sul controllo curricolare, quindi sui contenuti e sugli obiettivi esplicitati dalla riforma, in particolare sugli obiettivi che meglio si prestavano a qualificare da un lato l'innovazione e dall'altro le competenze irrinunciabili del vecchio assetto.

La prova, che contiene 180 quesiti, è strutturata in due parti da somministrare in giornate distinte e contiene anche una parte formata da 28 quesiti che riguardano operazioni da somministrare in un tempo limitato per verificare la velocità e la padronanza acquisita nel calcolo aritmetico.

Oltre al punteggio totale la prova consente di calcolare 8 punteggi parziali: Calcolo, Scrittura numeri, Soluzione problemi, Figure geometriche, Perimetri ed aree, Decimali ed equivalenze, Probabilità e Statistica, Logica ed insiemi.

Tassonomia dei livelli di prestazione del test CENSIS e del test VAMIO

Nella costruzione del test CENSIS è stata adottata una tassonomia dei livelli di prestazione piuttosto semplice che però, rispetto ad altre più dettagliate e complesse presenta il vantaggio di una maggiore facilità d'uso. Si tratta dello schema utilizzato nel National Assessment of Educational Progress, rilevazione sull'apprendimento matematico realizzata negli Stati Uniti del 1981-82 e utilizzato anche dalla ricerca VAMIO del 1986. I livelli per classificare i quesiti sono stati quattro, così descritti:

- A) Conoscenze matematiche. Ricordare e riconoscere idee matematiche espresse a parole, simboli o figure. Richiede prevalentemente memoria e non processi mentali più complessi.
- B) Procedure (skill) matematiche. Applicazione di procedure ed algoritmi di tipo standard e di routine. Richiede il ricordo di come funziona e si applica un algoritmo.
- C) Comprensione matematica. Spiegazione e interpretazione di conoscenze matematiche espresse a parole, simboli o figure. Richiede la traslazione di idee matematiche in/tra modi diversi di espressione e l'associazione di più di una conoscenza matematica.
- D) Applicazione matematica. Uso di conoscenze e procedure nella soluzione di una situazione problematica. Richiede il ricordo, la comprensione e la relativa valutazione di procedure adatte a risolvere un problema.

La struttura interna del test CENSIS è ben rappresentata dalla seguente tabella che riporta la quantità di quesiti presenti nella prova per ciascun livello tassonomico e per ciascun obiettivo dei programmi testato.

Tabella 1 Struttura del test CENSIS Matematica

OBIETTIVO	Livelli				Tot
	A	B	C	D	
a) I problemi					
a.3 Risolvere problemi che presentano più di una strategia risolutiva.		2			2
a.4 Individuare la carenza, la sovrabbondanza o la contraddittorietà di dati nella formulazione di un problema.			2		2
b) Aritmetica					
b.1 Leggere correttamente numeri naturali e decimali.	8				8
b.2 Scrivere sia a parole sia con cifre numeri naturali e decimali comprendendo il valore posizionale delle cifre.	3	9	21	4	37
b.6 Eseguire le quattro operazioni aritmetiche.		34			34
b.9 Trovare le frazioni che rappresentano parti di figure geometriche e viceversa.			3		3
b.10 Confrontare e ordinare le frazioni più semplici utilizzando la linea dei numeri.		1			1
b.11 Confrontare e ordinare sulla linea dei numeri gli interi relativi.			3		3
c) Geometria e misura					
c.1 Riconoscere, denominare, costruire le principali figure geometriche piane; costruire e descrivere le principali caratteristiche di semplici figure geometriche solide.	6	4			10
c.3 Misurare e calcolare il perimetro e l'area delle principali figure piane.	2	5		2	9
c.6 Usare correttamente il lessico specifico geometrico.	4	14	2		20
c.11 Passare da una misura espressa in una unità di misura ad un'altra ad essa equivalente.	6				6
c.12 Effettuare misure di angoli e di durate e risolvere problemi con le relative unità di misura.		4			4
d) Logica					
d.5 Classificare oggetti con due o più attributi e realizzare adeguate rappresentazioni.			2		2
d.6 Usare correttamente il linguaggio degli insiemi anche in relazione all'utilizzazione dei connettivi logici.		6	6		12
e) Probabilità, statistica, informatica.					
e.2 Elaborare e rappresentare dati statistici.			17		17
e.3 Confrontare in situazioni di gioco probabilità di vari eventi.	3		5		8
Totale	32	81	61	6	180

I risultati prima del '90¹

La panoramica appena delineata mostra come l'accertamento dei risultati dell'apprendimento della matematica a scuola fosse episodico e non coordinato e, soprattutto, finalizzato a specifici obiettivi conoscitivi. Sostanzialmente esso rispondeva a

- un problema didattico ovvero di migliorare la gestione del passaggio degli studenti tra livelli scolastici (il problema della continuità), a
- un problema di ricerca ovvero di migliorare l'efficacia dei processi innovativi e sperimentali e infine
- un problema politico ovvero di monitorare e valutare le innovazioni introdotte dalle riforme scolastiche.

Da queste finalità discende una impostazione degli strumenti di indagine centrata sulla diagnosi minuta sia rispetto alle singole realtà 'misurate' (studenti, classi, scuole) sia rispetto al complesso delle abilità e conoscenze implicate dai curricoli scolastici.

I dati raccolti e pubblicati all'epoca si prestavano quindi ad una lettura analitica, rivolta agli addetti ai lavori piuttosto che al vasto pubblico degli *stakeholder*, come ormai si dice comunemente. La struttura presente nella tabella 1 mostra chiaramente come il dettaglio della leggibilità dei risultati sia centrato sulla struttura dei programmi ufficiali, difficile quindi sintetizzare in pochi tratti i risultati. In particolare la rarefazione degli strumenti e delle misure rendeva difficile veicolare criteri di adeguatezza o sufficienza nei punteggi rilevati. In sostanza se si rileggono i rapporti dell'epoca non si trovano quantificazioni della consistenza di ragazzi ben preparati o poco preparati ma una descrizione delle distribuzioni dei punteggi che lasciavano al lettore la responsabilità di giudicare la situazione accettabile o meno in base alle proprie aspettative.

Sia VAMIO sia CENSIS facevano però emergere chiaramente le aree di difficoltà specifica per i ragazzi collegandole ai capitoli dei nuovi programmi: si delineava un'area di contenuti e di abilità più consolidata e uniforme ed un'altra, coincidente con le parti più innovative, in cui vistose differenze di rendimento si collegano ad enfasi differenziate da parte dei docenti nel dare tempo e importanza nelle attività didattiche correnti alle varie parti del programma. A tale proposito due brani del rapporto Vamio danno l'idea delle difficoltà di interpretazione dei dati raccolti.

L'analisi di alcuni degli item risultati più difficili conferma che questi concernono parti di programma più innovative. Ma una analisi più approfondita caso per caso ci suggerisce varie considerazioni sia sulla qualità degli item sia sulla didattica prevalente. A quest'ultimo fine risultano molto utili i valori della discriminazione per ogni alternativa. Mi limito ad analizzare gli 11 item che hanno avuto non più del 21 % di risposte esatte.

In quasi tutti questi item la formulazione del quesito risulta complessa o perché costituita da frasi lunghe da decodificare attentamente o perché si faceva contestualmente uso di un codice grafico e verbale. L'analisi dei distrattori suggerisce che in alcuni casi è mancata una lettura attenta e abbastanza selettiva del testo. Ad esempio nell'item B36 occorreva riuscire a visualizzare il solido di rotazione descritto a parole, nell'item B04 occorreva saper tradurre l'appartenenza a vari sottoinsiemi in un diagramma di Venn che prevedesse anche delle intersezioni tra sottoinsiemi. (...)

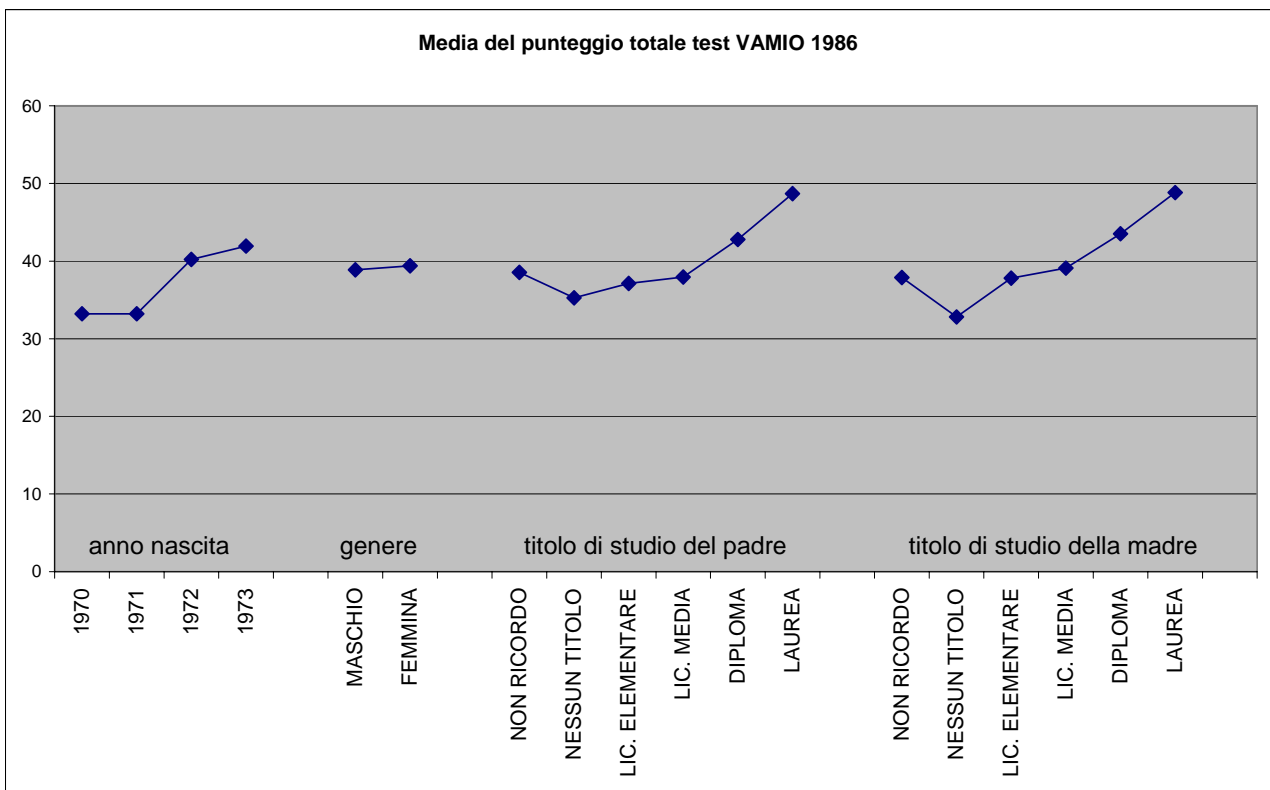
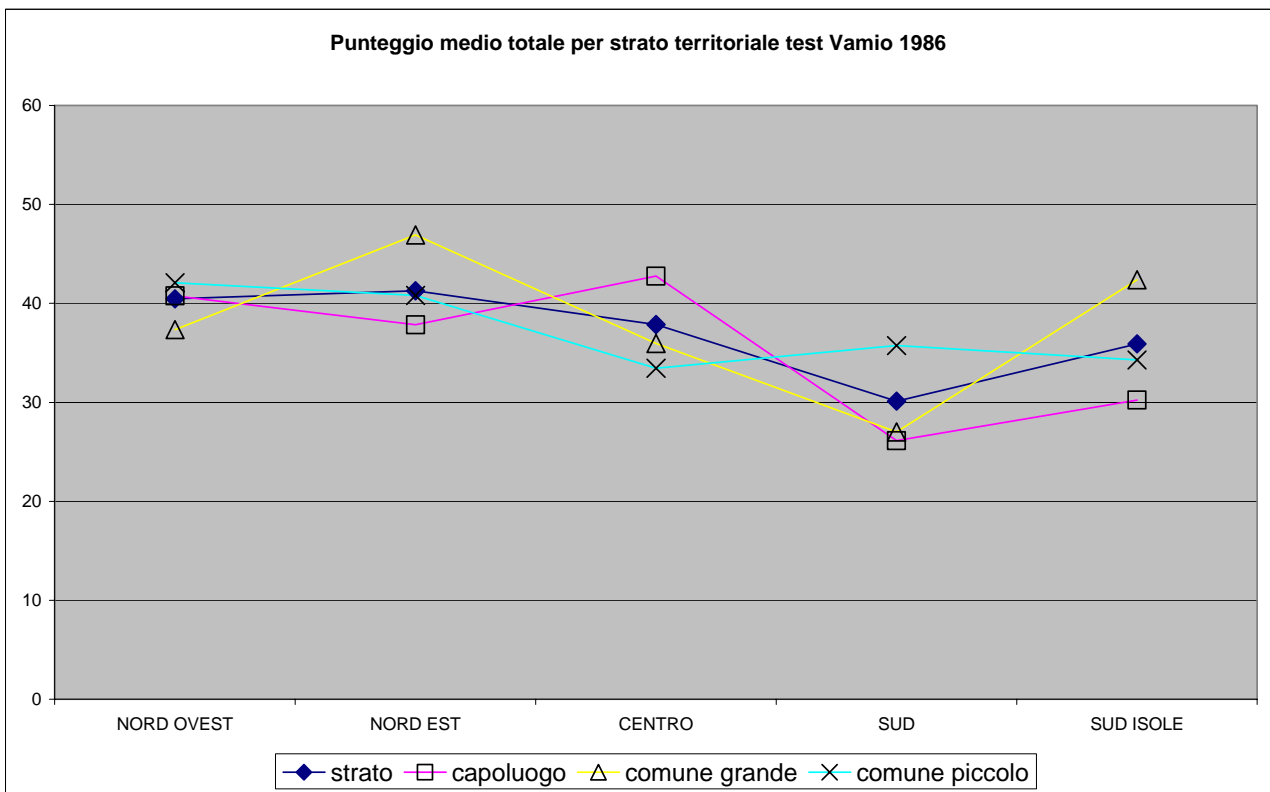
Se esaminiamo gli item più facili possiamo ritrovare le parti del programma più tradizionalmente consolidate. Più del 70% degli studenti testati ha saputo risolvere correttamente una proporzione, moltiplicare due monomi, sommare due frazioni, applicare la regola dei segni, applicare il teorema di Pitagora sul piano e nello spazio. Si tratta di prestazioni semplici, di item molto simili agli esercizi normalmente proposti in classe che, da soli, non possono smentire del tutto la tendenza ad affermare genericamente che tutto va male e che i ragazzi escono dalla scuola senza aver imparato nulla. Ma questi item ci dicono che nessuna conclusione troppo univoca può essere assunta in base al punteggio complessivo del test: è chiaro che un maggior numero di item di questo tipo nel test avrebbe prodotto punteggi medi più alti dando una immagine della situazione certamente più rassicurante. In assenza di altri dati con cui fare raffronti occorrerà limitarsi a comparare parti del test, gruppi di item, gruppi di studenti tra loro, opzioni didattiche.

Dal punto di vista del controllo curricolare entrambi le indagini ponevano in evidenza che l'innovazione e l'arricchimento di contenuti ed obiettivi dei nuovi programmi di scuola elementare e media si traducevano in una più forte diversificazione delle pratiche didattiche effettive e individuavano una struttura dei programmi realmente sviluppati composta da una parte comune e da una parte 'opzionale', la più innovativa, in cui ogni docente effettuava delle scelte e delle selezioni¹⁵.

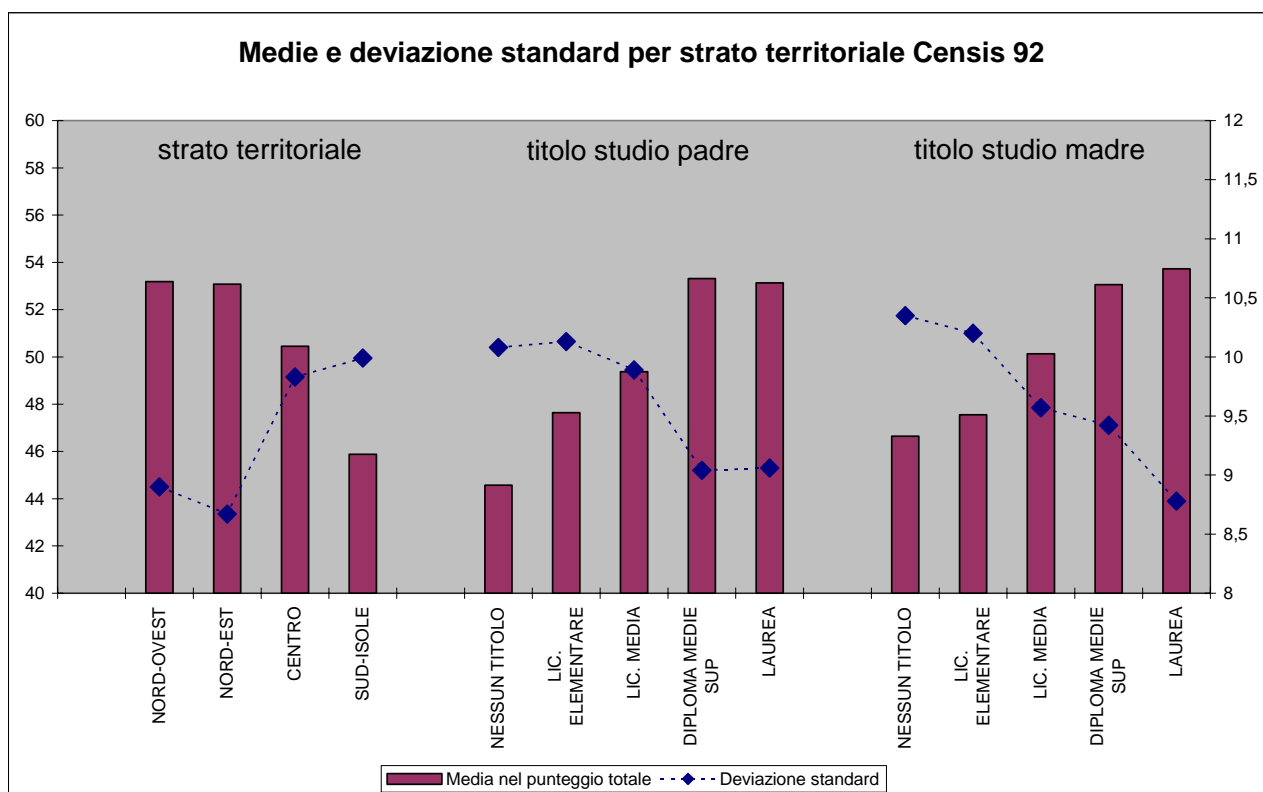
Se era difficile dire in base al valor medio quali livelli generali fossero soddisfacenti, poiché ciò dipendeva dal livello di difficoltà della prova, era però possibile far emergere le differenze tra singoli e gruppi. Nella sensibilità diffusa di quel periodo due erano le attenzioni prevalenti: la distribuzione territoriale e quella relativa alle variabili socioculturali.

Nel caso del VAMIO, e cioè rispetto al rendimento alla fine della scuola media, tali differenze erano ben rappresentate dai seguenti grafici

¹ Tale anno costituisce uno spartiacque rispetto a questa panoramica. Infatti nel **1990** nella Conferenza Nazionale sulla Scuola vengono lanciati due obiettivi innovativi per il sistema scolastico: *l'autonomia e un sistema di valutazione*; nella conferenza viene presentato uno studio di fattibilità di un Sistema Nazionale di Valutazione anche in riferimento alle soluzioni adottate all'estero redatto dal Censis su incarico del Ministero della Pubblica Istruzione. Nel **1993** il DL 35 art.8 afferma l'esigenza di verificare gli effetti dei miglioramenti introdotti dal contratto collettivo di lavoro dei docenti affidandone il compito al sistema CEDE, BDP, IRRSAE.



Nel caso del test CENSIS, che ricordiamo si riferisce agli apprendimenti della fine della scuola elementare, analoghe differenze emergono rispetto agli strati territoriali e al background socioculturale dei genitori. Il grafico riporta anche la deviazione standard e mostra come vi siano contesti in cui a rendimenti medi più bassi corrispondono anche variabilità più alte del punteggio.



Il problema della differenze di rendimento mostrate dalle precedenti tabelle portavano alle seguenti considerazioni, tratte dal citato rapporto Censis

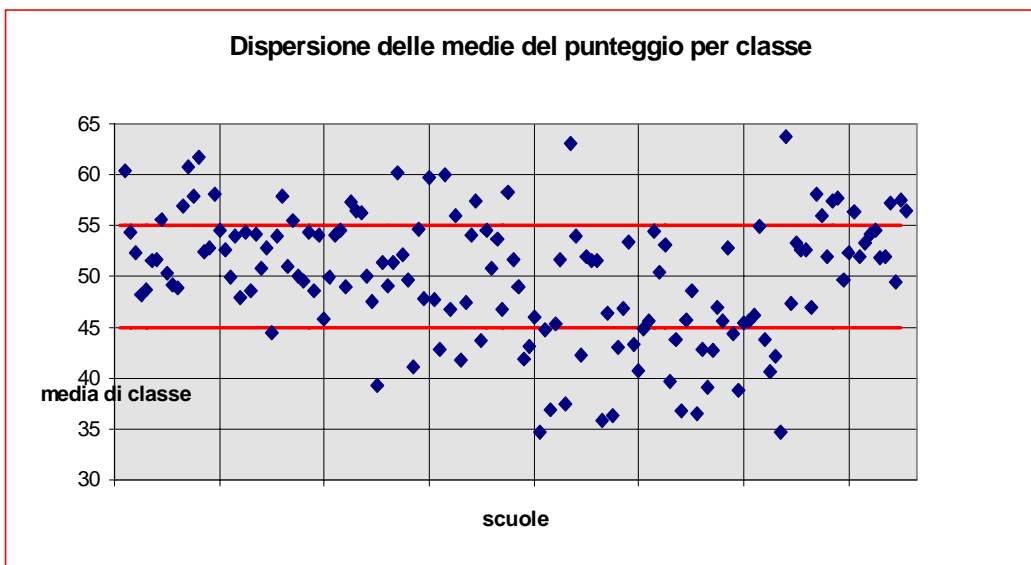
*Senza voler introdurre a questo punto un criterio di sufficienza, è possibile definire a rischio quegli studenti che hanno risposto a meno del 50% delle domande del test o di ciascun sottotest. Si tratta di un criterio di classificazione puramente arbitrario, che serve però ad evidenziare meglio gli effetti pratici della dispersione dei rendimenti che emerge nei punteggi complessivi. E' stato quindi calcolato per ciascun allievo il numero dei rischi nei vari sottotest di matematica ed è risultato che circa il 20% dell'intero campione presenta rischi in più di **quattro** aree di competenza mentre coloro che non hanno presentato rischi in nessun sottotest sono solo il 17%.*

Anche se la situazione considerata risulta in media più che soddisfacente, almeno rispetto alle attese di chi ha preparato la prova, deve preoccupare l'esistenza di forti divari di rendimento all'interno delle classi, tra classi diverse e tra regioni geografiche. Tali disparità che, come è noto, si riflettono sulla continuità del curriculum successivo e determinano spesso una serie di fallimenti nel passaggio dalla scuola dell'obbligo a quella secondaria superiore, potrebbero, in presenza di nuovi programmi più vasti e complessi ed in presenza della nuova organizzazione didattica dei moduli, amplificarsi. Si tratterà di vedere in futuro come una maggiore eterogeneità degli interventi didattici e dei contenuti proposti possa comunque assicurare una preparazione sufficientemente omogenea sulle competenze basilari.

L'esistenza di un monitoraggio, anche a campione, e la disponibilità di strumenti standardizzati per operare confronti tra situazioni locali e andamenti generali possono contribuire ad affermare una prassi didattica più convergente e produttiva e la determinazione operativa di standard condivisi o di soglie minime per la sufficienza.

L'attenzione del monitoraggio dovrebbe centrarsi anche sugli aspetti positivi su quelle zone di eccellenza la cui analisi approfondita potrebbe evidenziare strategie didattiche particolarmente efficaci da diffondere nell'aggiornamento, così come l'analisi delle carenze potrebbe stimolare la predisposizione di interventi mirati di recupero.

L'attualità di queste considerazioni è evidente ma risulta ancora più marcata se consideriamo il grafico seguente che mostra concretamente come la diversificazione degli esiti tra classi quinte fosse all'epoca già un problema.



Le differenze tra le classi non solo sono statisticamente significative ma sono anche quantitativamente molto forti. Per rendersi conto della gravità della situazione basterà riflettere sul grafico precedente in cui le medie del punteggio ottenuto in ciascuna classe sono poste a confronto.

I punti che si trovano all'interno della striscia centrale si riferiscono alle classi che potrebbero differenziarsi solo per circostanze casuali, cioè potrebbero esser considerate come altrettanti campioni casuali provenienti dalla stessa popolazione, mentre quelle che si trovano all'esterno delle due strisce rosse sono sicuramente diverse, cioè devono considerarsi appartenenti a popolazioni di studenti che hanno prestazioni in matematica diverse dalle altre. Si noterà che le classi in queste condizioni sono molte e le differenze tra i punteggi sono molto alte (ricordiamo che i valori rappresentati sono medie). Una certa variabilità delle prestazioni all'interno della classe potrebbe essere considerata un valore positivo in quanto potrebbe essere la risultante di una didattica differenziata che valorizza le diverse attitudini ed inclinazioni, ma una così forte differenza tra le classi evidenzia piuttosto un fatto sicuramente negativo, la presenza di squilibri, di vistose debolezze che in larga misura devono dipendere dall'efficienza della didattica realizzata in quelle classi o dai condizionamenti socio-ambientali cui l'istituzione scolastica non ha saputo rimediare.

SERIS1999¹⁶

Il SERIS¹⁷ ha realizzato a partire dal 1998-99 indagini campionarie sulla preparazione degli studenti italiani nella lingua materna, in matematica e in scienze ed educazione ambientale su 5 livelli:

- IV anno della scuola elementare,
- I anno della scuola media;
- III anno della scuola media.
- II anno della scuola secondaria superiore
- ultimo anno della scuola secondaria superiore.

Il test della prima media nell'indagine SERIS1999¹⁸

Per la somministrazione nella prima media nel 1999, è stato riutilizzato il test CENSIS per la quinta elementare nella sua versione integrale sia per ottenere un immediato e facile ancoraggio ai risultati della somministrazione del 1992 sia perché la sua configurazione generale sembrava adatta a descrivere compiutamente il complesso delle conoscenze e delle abilità possedute alla fine della prima media. Spesso infatti la prima media, come segmento di passaggio, viene usata per consolidare e rinforzare quanto formalmente viene assunto come obiettivo terminale della scuola elementare.

Nelle elaborazioni disponibili sul sito INVALSI¹⁹ i punteggi parziali sono stati calcolati aggregando diversamente dall'originale i quesiti allo scopo di rendere tali scale più conformi alle categorie generalmente in uso nella scuola media e a quelle usate negli altri test usati dal SERIS. Tali scale sono: Numeri interi (44 quesiti), Frazioni e proporzionalità (34 quesiti), Misura stima e arrotondamento (30 quesiti), Rappresentazione analisi di dati e probabilità (28 quesiti), Geometria (30 quesiti) e Relazioni ed insiemi (14 quesiti).

Per effettuare però un raffronto di tipo longitudinale occorre usare le stesse scale usate nel 1992. Le seguenti considerazioni si basano sul confronto degli indici di difficoltà di ciascun *item*.

Le tabelle mettono a confronto le medie degli indici di facilità degli *item* che hanno caratteristiche analoghe; la prima tabella presenta comparazioni riguardanti gli obiettivi formali del programma della scuola elementare, la seconda riguarda gli ambiti di contenuto su cui sono costruite le sottoscale ed infine la terza presenta le aggregazioni degli item rispetto ai livelli tassonomici. Per una migliore leggibilità del dato le prime due tabelle sono riordinate rispetto al valore della differenza tra i dati rilevati nell'indagine Seris del '99 in prima media e la taratura del 92 in quinta elementare. Le ultime due colonne delle tabelle quantificano tali variazioni sia in termini relativi che in termini assoluti. Il lettore deve però far molta attenzione considerando la natura di tale confronto ed evitare facili generalizzazioni. Se assumessimo la stabilità dei livelli tra il 1992 e il 1999 potremmo aver qui quantificato la natura e l'intensità del valore aggiunto nella preparazione in matematica che si accumula nel primo anno della scuola media.

Tabella 2 Confronti longitudinale per la varie parti del test Censis Matematica

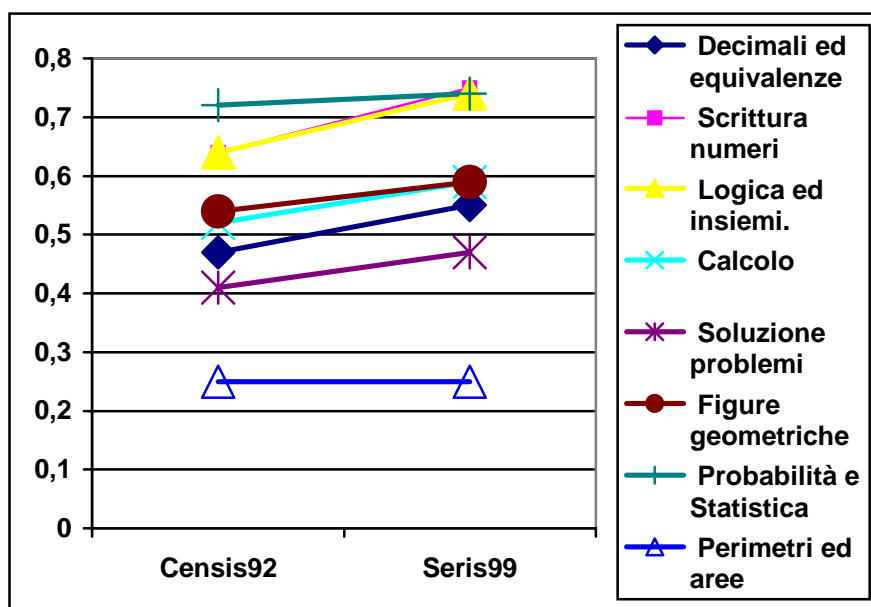
	Censis92	Seris99	Differenza
OBIETTIVO	Medie degli indici di facilità degli item		assoluta tra indici medi
b.11 Confrontare e ordinare sulla linea dei numeri gli interi relativi.	0,31	0,57	0,27
b.10 Confrontare e ordinare le frazioni più semplici utilizzando la linea dei numeri.	0,32	0,57	0,25
b.9 Trovare le frazioni che rappresentano parti di figure geometriche e viceversa.	0,43	0,69	0,26
c.1 Riconoscere, denominare, costruire le principali figure geometriche piane; costruire e descrivere le principali caratteristiche di semplici figure geometriche solide.	0,41	0,56	0,15
c.12 Effettuare misure di angoli e di durate e risolvere problemi con le relative unità di misura.	0,54	0,69	0,14
c.11 Passare da una misura espressa in una unità di misura ad un'altra ad essa equivalente.	0,43	0,50	0,07
a.4 Individuare la carenza, la sovrabbondanza o la contraddittorietà di dati nella formulazione di un problema.	0,37	0,42	0,06
b.2 Scrivere sia a parole sia con cifre numeri naturali e decimali comprendendo il valore posizionale delle cifre.	0,62	0,70	0,08
d.5 Classificare oggetti con due o più attributi e realizzare adeguate rappresentazioni.	0,52	0,59	0,06
b.6 Eseguire le quattro operazioni aritmetiche.	0,45	0,50	0,05
b.1 Leggere correttamente numeri naturali e decimali.	0,68	0,75	0,07
c.6 Usare correttamente il lessico specifico geometrico.	0,55	0,59	0,04
a.3 Risolvere problemi che presentano più di una strategia risolutiva.	0,60	0,63	0,04
c.3 Misurare e calcolare il perimetro e l'area delle principali figure piane.	0,26	0,27	0,01
e.2 Elaborare e rappresentare dati statistici.	0,71	0,74	0,03
d.6 Usare correttamente il linguaggio degli insiemi anche in relazione all'utilizzazione dei connettivi logici.	0,80	0,82	0,02
e.3 Confrontare in situazioni di gioco probabilità di vari eventi.	0,72	0,75	0,02

Ciò che più conta in questa analisi è però notare che le aree in cui l'incremento è più alto sono proprio quelle che occupano maggiormente il lavoro della prima media e che le facilità medie degli item non sono affatto saturate con un bel 100% generale. Il profilo delle competenze matematiche saggiate dalla prova è variamente acquisito dalla popolazione esaminata ed è lungi dall'essere integralmente e solidamente posseduto dalla totalità dei ragazzi.

Tabella 3 Confronti longitudinale per le varie parti del test Censis matematica

	Censis92	Seris99
	Medie degli indici di facilità degli item	
Decimali ed equivalenze	0,47	0,55
Scrittura numeri	0,64	0,75
Logica ed insiemi.	0,64	0,74
Calcolo	0,52	0,59

Soluzione problemi	0,41	0,47
Figure geometriche	0,54	0,59
Probabilità e Statistica	0,72	0,74
Perimetri ed aree	0,25	0,25



La tabella 3 pone inoltre in evidenza la natura del progresso delle competenze che sembra proprio consistere in una interessante maturazione, più forte nelle applicazioni e nella comprensione e quasi nulla nella quantità di conoscenze.

Tabella 4 Confronti longitudinali rispetto ai livelli tassonomici del test I media matematica

	Censis92	Seris99	Rapporto tra le medie
	Medie degli indici di facilità degli item		
Conoscenze matematiche.	0,56	0,59	1,06
Procedure (skill) matematiche.	0,54	0,60	1,12
Comprensione matematica.	0,61	0,70	1,15
Applicazione matematica	0,52	0,61	1,17

Il test del secondo anno delle superiori SERIS1999

Per il secondo anno delle superiori si è deciso di costruirne uno *ad hoc* estraendo i quesiti dal test VAMIO: la scelta è ovviamente caduta su quei quesiti che riguardavano le abilità più cruciali, quelle che dovrebbero stabilmente essere possedute anche con l'andare del tempo e che costituiscono un requisito richiesto anche alla fine del biennio della scuola secondaria superiore. L'adozione di un test vecchio è stata originata da problemi di fattibilità e di urgenza del progetto ma risponde anche all'esigenza di potersi ancorare in qualche modo a dati di sistema raccolti in passato. Vi è stata inoltre una terza ragione, forse la fondamentale che ha ispirato la scelta del test Vamio tarato sulla fine della terza media: volendo usare lo stesso strumento per tutte le seconde che fosse indipendente dalla diversificazione dei curricula previsti nei vari bienni della scuola secondaria superiore, conveniva riferirsi ad un unico corpo di quesiti che si erano già dimostrati validi negli accertamenti alla fine della terza media e che costituivano quindi una importante competenza comune a tutti indipendentemente dai programmi specifici del biennio.

Per effettuare una comparazione con i dati delle precedenti somministrazioni del 1986 e del 1996, occorre conservare però la classificazione originaria che era appunto centrata sul controllo curricolare e quindi sui temi generali in cui è strutturato il programma di scuola media. Nella Tabella 5 i 51 quesiti della prova Seris per la matematica del secondo anno delle superiori sono raggruppati, appunto, rispetto a tali temi e la rappresentazione grafica seguente evidenzia le aree in cui l'incremento è più vistoso e quelle in cui vi è una sostanziale stabilità o addirittura un peggioramento nel passaggio dalla terza media alla fine del biennio.

Tabella 5 Confronti longitudinali per le varie aree tematiche nel test II superiore matematica

Temi dei programmi di scuola media	N item	vamio86		vamio96		Seris99	
		Medie degli indici di facilità degli item	Punteggio grezzo medio	Medie degli indici di facilità degli item	Punteggio grezzo medio	Medie degli indici di facilità degli item	Punteggio grezzo medio
Geometria	10	0,40	4,05	0,39	3,86	0,33	3,29
Insiemi numerici	14	0,45	6,25	0,46	6,42	0,57	7,97
Probabilità e statistica	13	0,32	4,19	0,36	4,70	0,44	5,78
Problemi ed equazioni	7	0,42	2,92	0,42	2,91	0,60	4,18
Il metodo delle coordinate	3	0,34	1,02	0,35	1,05	0,35	1,05
Trasformazioni geometriche	4	0,31	1,24	0,31	1,24	0,39	1,57

Il rapporto Seris

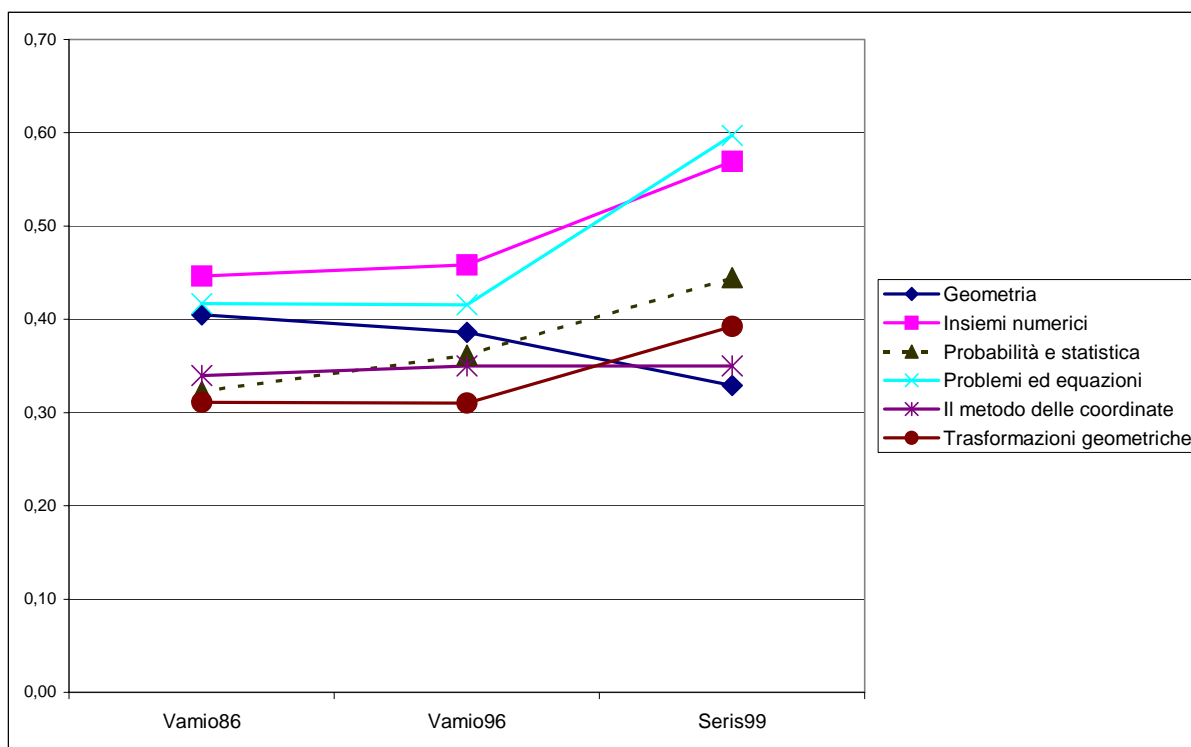


Figura 1 Confronti longitudinali per le varie aree tematiche nel test II superiore matematica

Si ha anche in questo caso una riconferma della natura del progresso determinato dal lavoro del biennio che è molto centrato sulla parte numerica e algebrica e poco su quella geometrica.

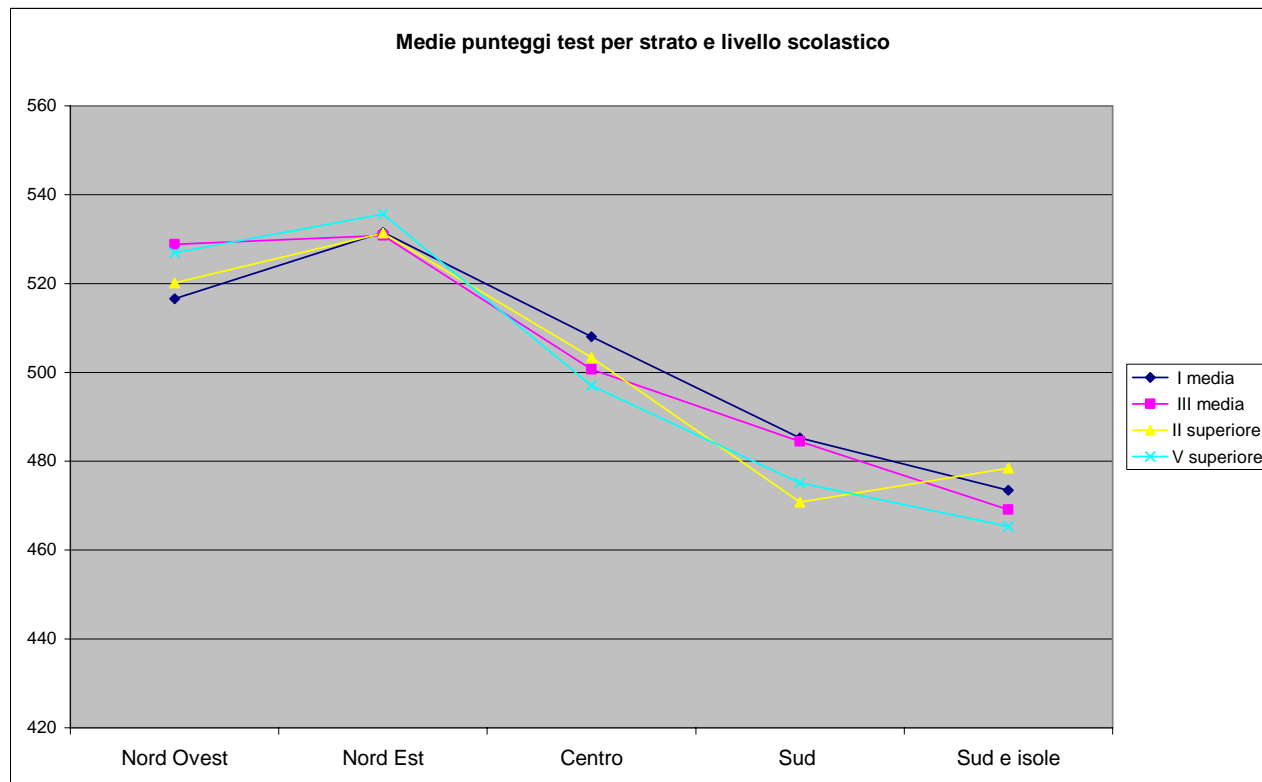
Se lo stesso calcolo viene effettuato aggregando i quesiti rispetto alla classificazione dei vari livelli tassonomici, si può notare che il progresso è più forte nell'applicazione (ma i quesiti sono pochi) ma è presente in tutti i livelli diversamente da quanto accade nel caso della prima media.

Tabella 6 Confronti longitudinali rispetto ai livelli tassonomici nel test II superiore matematica

		Vamio86	Vamio96	Seris99
	n. item	fac. media	fac. media	fac. media
Conoscenze	18	0,39	0,41	0,47
Procedure	19	0,40	0,40	0,49

Comprensione	11	0,40	0,42	0,44
Applicazione	3	0,23	0,26	0,36

Nel già citato rapporto Seris vengono presentati molti dati analitici per i vari livelli scolastici studiati. Riportiamo qui solo quelli concernenti il problema delle differenze territoriali che anche in queste indagini emergono puntualmente. Nel grafico vengono riportati i punteggi dei test di matematica trasformati in punteggi standardizzati di media 500 e scarto 100. Come si può facilmente osservare tutti i livelli scolastici riscontrano gli stessi andamenti e quindi gli stessi problemi.

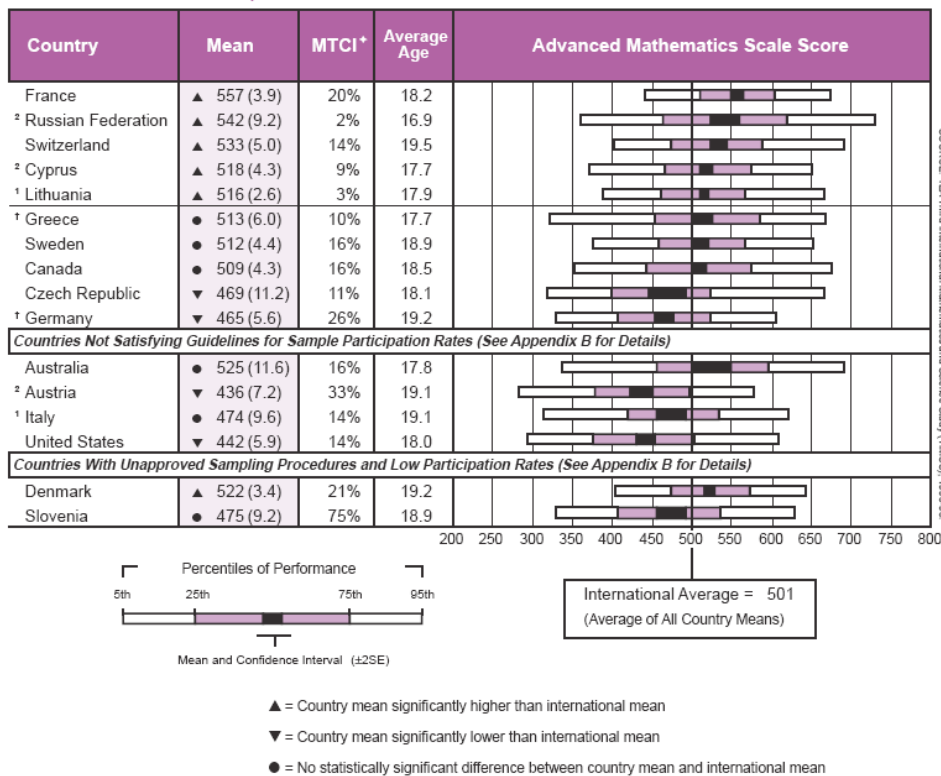


Le comparazioni internazionali

Come abbiamo sopra accennato, l'Italia ha aderito con molto ritardo alle indagini comparative promosse da IEA per vari motivi, non ultimo per la diffidenza che tra i matematici si fondava su un famoso articolo²⁰ che Freudenthal aveva dedicato ai primi studi IEA sulla matematica: in esso veniva criticata la scarsa attenzione dei primi studi degli anni sessanta al curricolo reale e alla validità dei confronti tra paesi con culture e tradizioni didattiche diverse.

Nella somministrazione del TIMSS1995 l'Italia partecipa ma vi sono problemi di rappresentatività del campione in vari paesi per cui la ricerca non ha un impatto significativo a livello internazionale. Tuttavia la tabella seguente²¹ evidenzia un andamento potenzialmente preoccupante per la popolazione 3 (al termine della scuola secondaria superiore frequentante corsi di matematica avanzati) se si considerano anche le colonne MTCI (stima della percentuale di studenti rispetto alla coorte di età che frequentano corsi 'avanzati') e l'età media della popolazione.

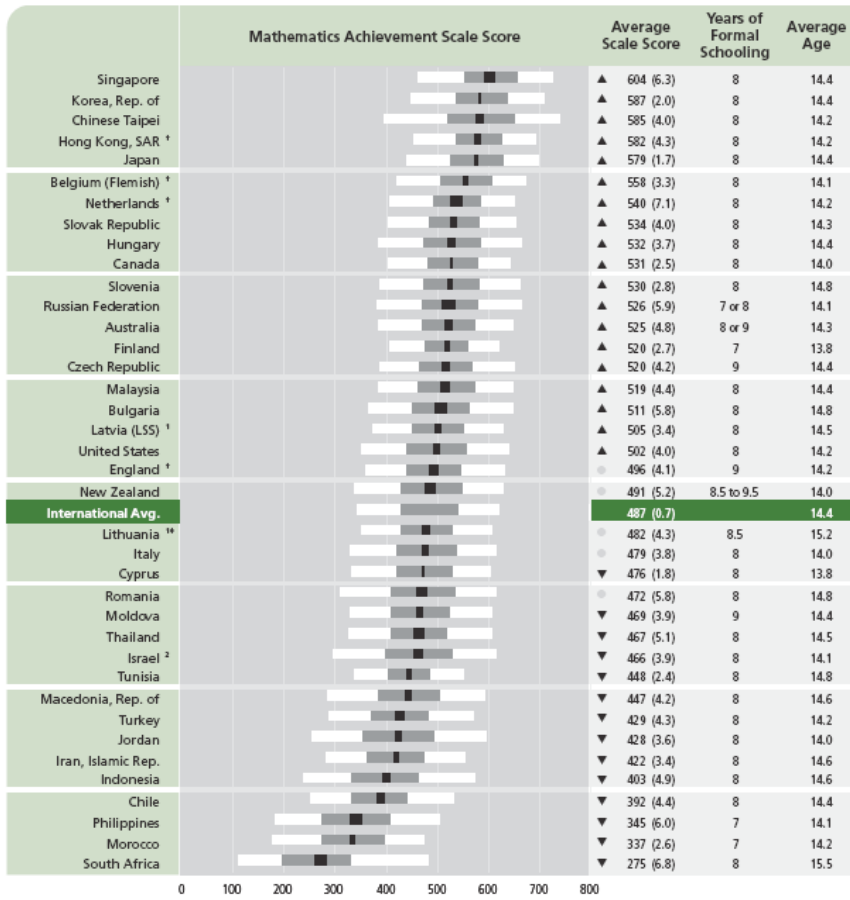
Distributions of Advanced Mathematics Achievement for Students Having Taken Advanced Mathematics Final Year of Secondary School*



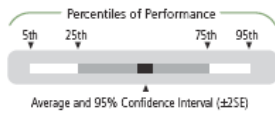
SOURCE: IEA Third International Mathematics and Science Study (TIMSS), 1995-96

Nel rapporto del TIMSS1999²² analoga tabella riporta una maggior numero di paesi per la popolazione 2 corrispondente alla nostra terza media. Anche in questo caso l'Italia si trova sotto media generale e denota rispetto al 1995 una diminuzione del punteggio medio.

Exhibit 1.1 Distribution of Mathematics Achievement



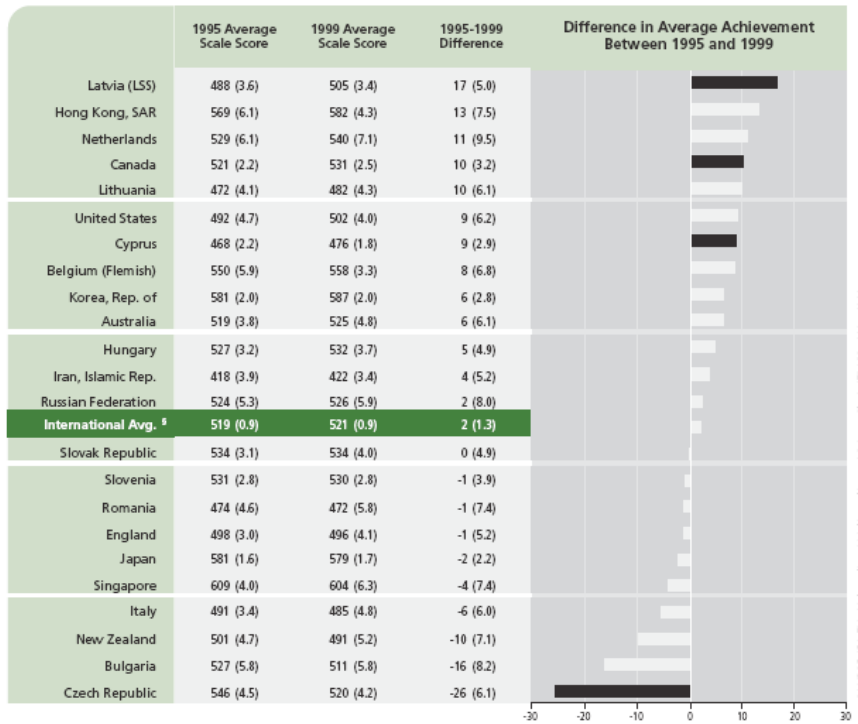
SOURCE: IEA Third International Mathematics and Science Study (TIMSS), 1998-1999.



- ▲ Country average significantly higher than international average
- No statistically significant difference between country average and international average
- ▼ Country average significantly lower than international average

Significance tests adjusted for multiple comparisons

Exhibit 1.3 Trends in Mathematics Achievement



Nel 2000 l'attenzione internazionale si sposta decisamente sulla indagine PISA promossa dall'OCSE. Come è noto la matematica è presente nella prima somministrazione come argomento secondario rispetto alla competenza linguistica nella lingua madre mentre compare con un test più esteso nella successiva somministrazione del 2003. L'indagine Pisa costituisce un momento di radicale cambiamento rispetto al dibattito sulla valutazione degli apprendimenti in matematica. Essa abbandona l'ancoraggio ai curricula formali, o reali che siano, per fondare la propria validità su un comune framework teorico su cui i paesi partecipanti convengono di misurarsi. Tale framework teorico²³ è formulato tenendo conto della transizione dalla scuola dell'obbligo generalista e uguale per tutti alla vita o alla scuola superiore specialistica individuando tale passaggio nei quindicenni che diventano quindi l'età target. Una attenzione tutta centrata sulla vita reale, sui contesti delle applicazioni determina una concezione della matematica funzionale allo sviluppo di competenze per la vita.

Il rapporto del PISA 2000 conferma una situazione difficile sia per la posizione molto bassa nella graduatoria generale sia per la variabilità interna tra strati territoriali.

Livelli di apprendimento in matematica per paese

Paesi	Punteggio	Deviazione standard
Giappone	557 (5,5)	87 (3,0)
Repubblica di Corea	547 (2,8)	84 (1,6)
Nuova Zelanda	537 (3,1)	99 (2,0)
Finlandia	536 (2,2)	80 (2,6)
Australia	533 (3,5)	90 (1,6)
Canada	533 (1,4)	85 (1,1)
Regno Unito	529 (2,5)	92 (1,5)
Svizzera	529 (4,4)	100 (2,0)
Belgio	520 (3,9)	106 (1,8)
Francia	517 (2,7)	89 (1,7)
Austria	515 (2,5)	92 (1,6)
Islanda	514 (2,3)	85 (1,4)
Danimarca	514 (2,4)	87 (1,8)
Svezia	510 (2,5)	93 (1,2)
Irlanda	503 (2,7)	84 (1,7)
Norvegia	499 (2,8)	92 (1,7)
Repubblica Ceca	498 (2,8)	96 (1,9)
Stati Uniti	493 (7,6)	98 (2,7)
Germania	490 (2,5)	103 (1,9)
Ungheria	488 (4,0)	98 (2,1)
Spagna	476 (3,1)	91 (1,2)
Polonia	470 (5,5)	103 (3,1)
Italia	457 (2,9)	90 (2,7)
Portogallo	454 (4,1)	91 (1,8)
Grecia	447 (5,6)	108 (2,7)
Lussemburgo	446 (2,0)	93 (1,5)
Messico	387 (3,4)	83 (2,1)
Media Paesi OECD	500 (0,7)	100 (0,4)
Liechtenstein	514 (7,0)	96 (3,9)
Russia	478 (5,5)	104 (1,8)
Brasile	334 (3,7)	97 (1,9)

- Paesi OECD con punteggio significativamente maggiore della media dei paesi OECD
- Paesi OECD con punteggio non significativamente differente della media dei paesi OECD
- Paesi OECD con punteggio significativamente minore della media dei paesi OECD
- Paesi non OECD

• Si riporta in parentesi l'errore standard.

Per capirne la portata pratica nel rapporto italiano del 2000²⁴ veniva sottolineato la comparazione della struttura della popolazione dei nostri giovani rispetto a quella degli altri paesi.

La comparazione solleva problemi non di poco conto: la differenza in media tra l'Italia e la media del paese migliore, il Giappone ammonta a 100 punti ovvero a un sigma della scala. Questo significa ad esempio che il nostro 5% migliore, che supera il punteggio 600, ha un risultato che è superato da quasi il 50% della popolazione giapponese, dal 25% dei finlandesi, dal 25% degli inglesi o degli svizzeri, mentre il 5% peggiore dei giapponesi raggiunge al massimo un punteggio di 402 punti quando il nostro 25% inferiore ha un punteggio inferiore a 398 punti. Prima di cercare le ragioni di tale differenze occorre sottolineare, in un'ottica ottimistica per il possibile futuro, che i risultati dei paesi migliori dimostrano empiricamente la possibilità di raggiungere su vaste porzioni della popolazione risultati che nel nostro attuale sistema dovremmo considerare di rara eccellenza e cioè raggiunti da uno sparuto 5%.

Ovviamente è opportuno delimitare la portata di tale risultato riflettendo sulla validità dei confronti e sui fattori che possono aver influito sulla sua negatività. E' interessante analizzare la situazione confrontando i rendimenti sui singoli quesiti. Data la riservatezza dello strumento di rilevazione non è possibile far ciò nel dettaglio ma proveremo ugualmente a dare qualche elemento di riflessione. Vi è un solo quesito in cui l'Italia supera la media generale: nel quesito 'Triangoli' in cui si tratta di riconoscere una figura composta da vari triangoli attraverso una descrizione verbale contenente varie proprietà geometriche. In tale quesito l'Italia ha ottenuto il 61% dei successi contro il 58% generale.

In altri sei quesiti l'Italia ottiene lo stesso rendimento di tutta la popolazione: sono quesiti in cui il contenuto matematico è ben visibile e corrisponde ad attività di apprendimento codificate come ad esempio il calcolo di una superficie laterale di una piramide, la soluzione di una semplice equazione, la lettura di dati da un grafico, il confronto di segmenti rilevabili da un disegno. Tutti i quesiti citati hanno la caratteristica di richiedere conoscenze specifiche previste dai nostri programmi e normalmente esercitate e rinforzate. In tutti gli altri quesiti in cui il problema si presenta come inconsueto, e comunque non matematicamente formalizzato, i rendimenti sono peggiori. La perdita è più forte nei quesiti in cui sono più alte le omissioni. Come accade anche per le scienze, ci sono quesiti in cui le risposte mancanti sono molto frequenti. Nel quesito più disatteso, la stima dell'area di un continente da effettuare con la quadrettatura di una mappa, l'Italia arriva al 78% delle omissioni contro il 50% della popolazione totale, in un quesito in cui occorreva illustrare il modo in cui una informazione era stata tratta da un diagramma statistico, al 73% delle astensioni italiane corrisponde il 50% di tutta la popolazione. Dall'esame sistematico di tali casi emerge che i quesiti in cui si chiedeva di spiegare, di verbalizzare, di dimostrare o di giustificare sono stati spesso omessi. Gli studenti italiani sono quindi apparsi meno pronti nell'esprimere e nell'argomentare le proprie opinioni utilizzando concetti e processi matematici. Le omissioni più frequenti possono dipendere anche da una minore motivazione a fornire risposte corrette anche quelle più impegnative e faticose. Ma considerando che le procedure di somministrazione sono state rigorosamente uniformi nei vari paesi, la stessa motivazione a rispondere, la stessa voglia di accettare la sfida che proviene da un problema 'difficile', lo stesso impegno nel fornire una risposta 'ricca' ed argomentata sono un connotato importante del valore e della 'produttività' di competenze ben interiorizzate e proiettate verso la vita.

Nelle conclusioni di quel rapporto tra l'altro si sottolineava:

L'interpretazione dei risultati in matematica che pongono l'Italia nella fascia bassa tra i paesi sviluppati,

- *non mette in causa direttamente la qualità dell'attuazione dei programmi scolastici per come sono attualmente definiti poiché, in particolare per il biennio, questi sembrano più finalizzati all'apprendimento della matematica come disciplina formalizzata e allo sviluppo di una padronanza del calcolo letterale, piuttosto che al raggiungimento degli obiettivi valorizzati dalla prova Pisa*
- *pone piuttosto in causa l'impianto dei programmi stessi e la loro distribuzione nelle varie annualità.*

Nella somministrazione del 2003²⁵ un test più esteso ha consentito di declinare operativamente meglio la competenza matematica rilevata descrivendo sei livelli su una scala metrica che va dal non misurabile alle prestazioni più complesse ipotizzate dal framework teorico. Questa descrizione dei livelli costituisce un fatto nuovo ed importante in questa storia poiché consente di superare la tipica difficoltà di interpretazione di un risultato di un test se non lo si conosce minutamente o se non sono esplicitati dei criteri di sufficienza a priori.

Fissiamo la nostra attenzione sui primi due livelli, quelli più bassi poiché convenzionalmente l'OCSE ha fissato la soglia della sufficienza proprio al confine tra questi due livelli. Si ritiene infatti che certamente i quindicenni che appartengono al livello 1 presenteranno problemi in futuro sia per quanto riguarda il loro inserimento nel lavoro e/o nello studio successivo e soprattutto per quanto riguarda il loro inserimento sociale come cittadini partecipi ed autonomi.

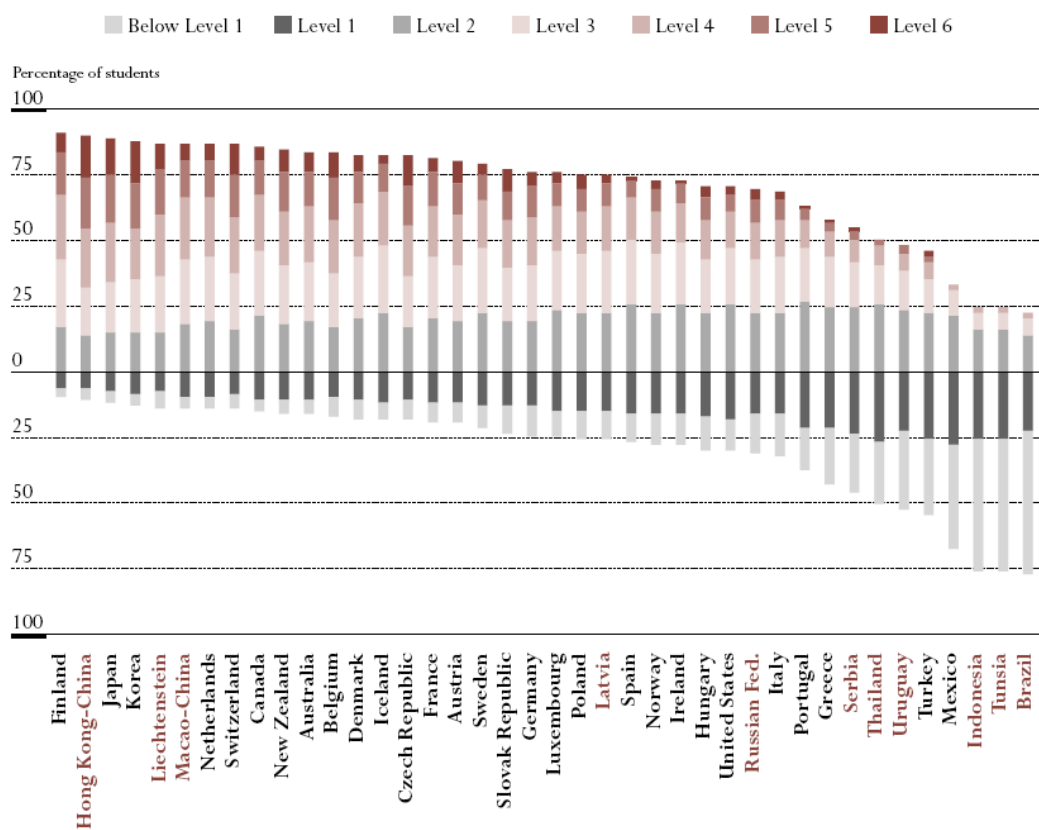
2	Gli studenti di 2° livello sono in grado di interpretare e riconoscere situazioni in contesti che richiedano non più di un'inferenza diretta. Essi sono in grado, inoltre, di trarre informazioni pertinenti da un'unica fonte e di utilizzare un'unica modalità di rappresentazione. A questo livello, gli studenti sono anche capaci di servirsi di elementari algoritmi, formule, procedimenti o convenzioni. Essi sono capaci di ragionamenti diretti e di un'interpretazione letterale dei risultati.
1	Gli studenti di 1° livello sono in grado di rispondere a domande che riguardino contesti loro familiari, nelle quali siano fornite tutte le informazioni pertinenti e sia chiaramente definito il quesito. Essi sono in grado, inoltre, di individuare informazioni e di mettere in atto procedimenti di routine all'interno di situazioni esplicitamente definite e seguendo precise indicazioni. Questi studenti sono anche capaci di compiere azioni ovvie che procedano direttamente dallo stimolo fornito.

Sotto il livello 1 vi è una parte di quindicenni che hanno una competenza così bassa da non poter essere misurati affidabilmente dal test. Questa parte di popolazione costituisce il livello 0.

Ebbene, il primo e fondamentale problema per l'Italia è la consistenza numerica dei livelli 0 e 1 che costituiscono il gruppo che potremmo definire degli insufficienti.

Il grafico²⁶ seguente rappresenta impietosamente la situazione poiché mostra la presenza di quasi un 30% di popolazione di quindicenni scolarizzati a rischio.

Figure 2.6a ■ Percentage of students at each level of proficiency on the mathematics/space and shape scale

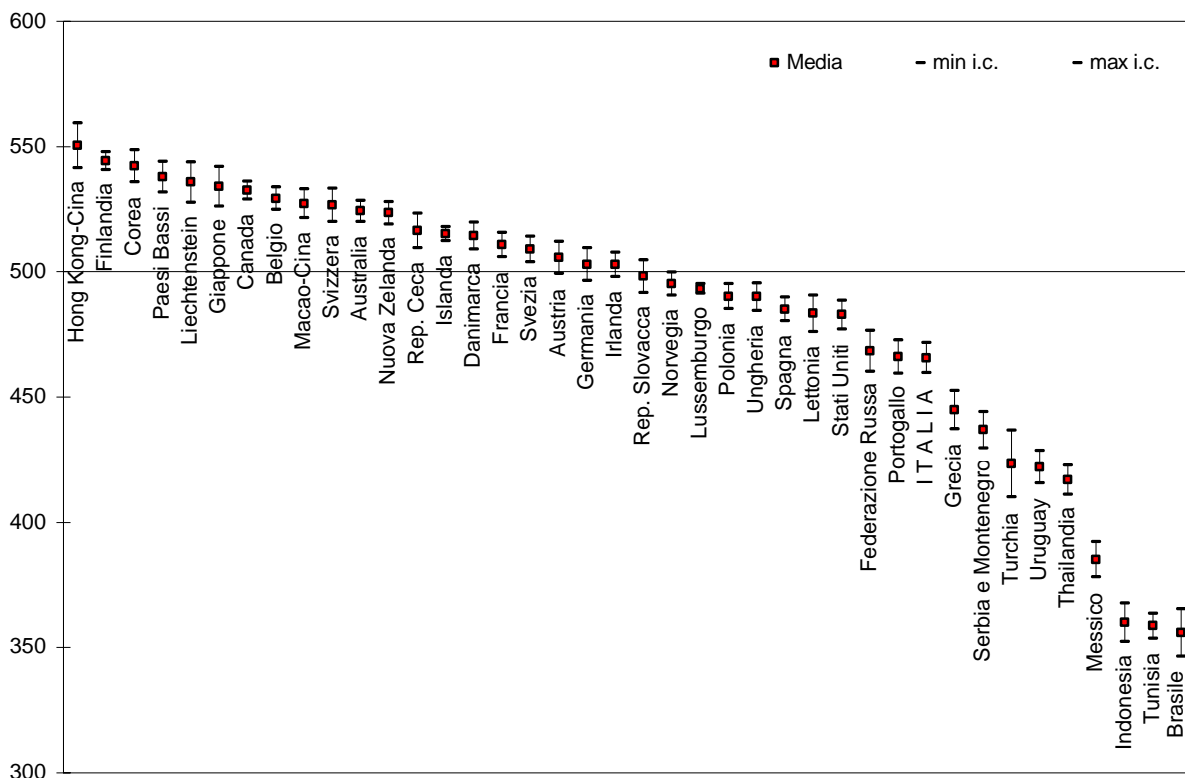


Countries are ranked in descending order of percentage of 15-year-olds in Levels 2, 3, 4, 5 and 6.

Source: OECD PISA 2003 database, Table 2.1a.

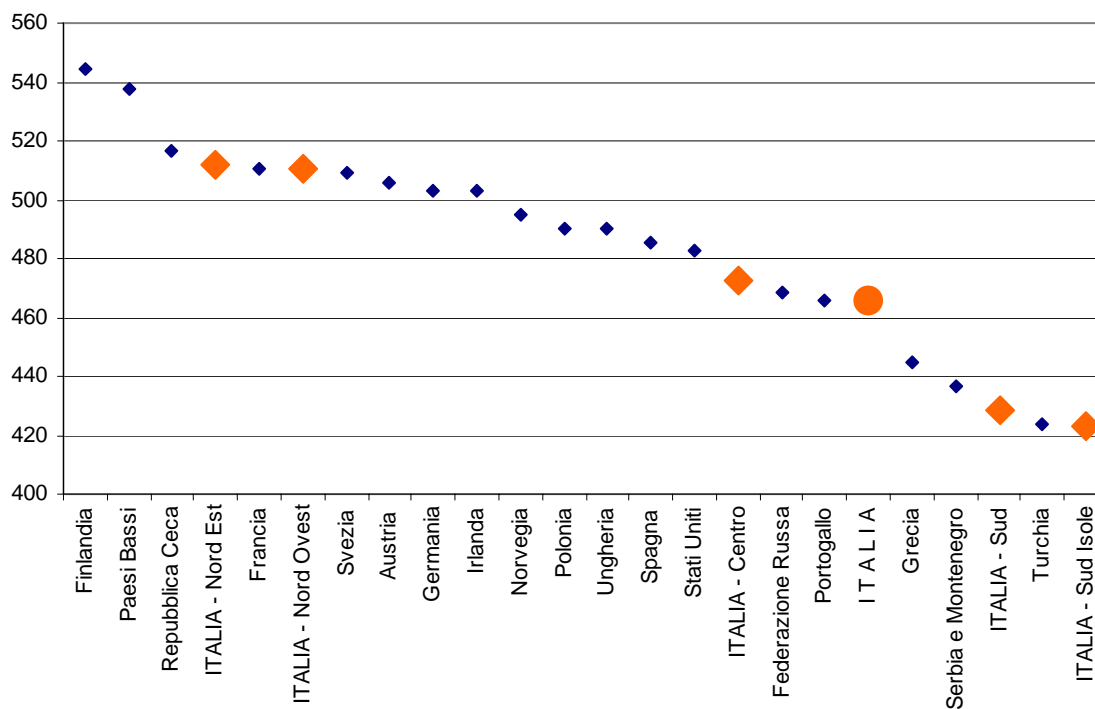
Nel grafico occorre notare anche la consistenza del livello 6 e osservare che vi sono paesi che possono vantare una consistenza che supera decisamente quel 5% medio che è caratteristico dell'intera popolazione degli studenti testati.

Ovviamente questa distribuzione si riflette sul valor medio nazionale del punteggio in cui la posizione nella graduatoria continua ad essere molto simile a quella emersa nelle indagini IEA.

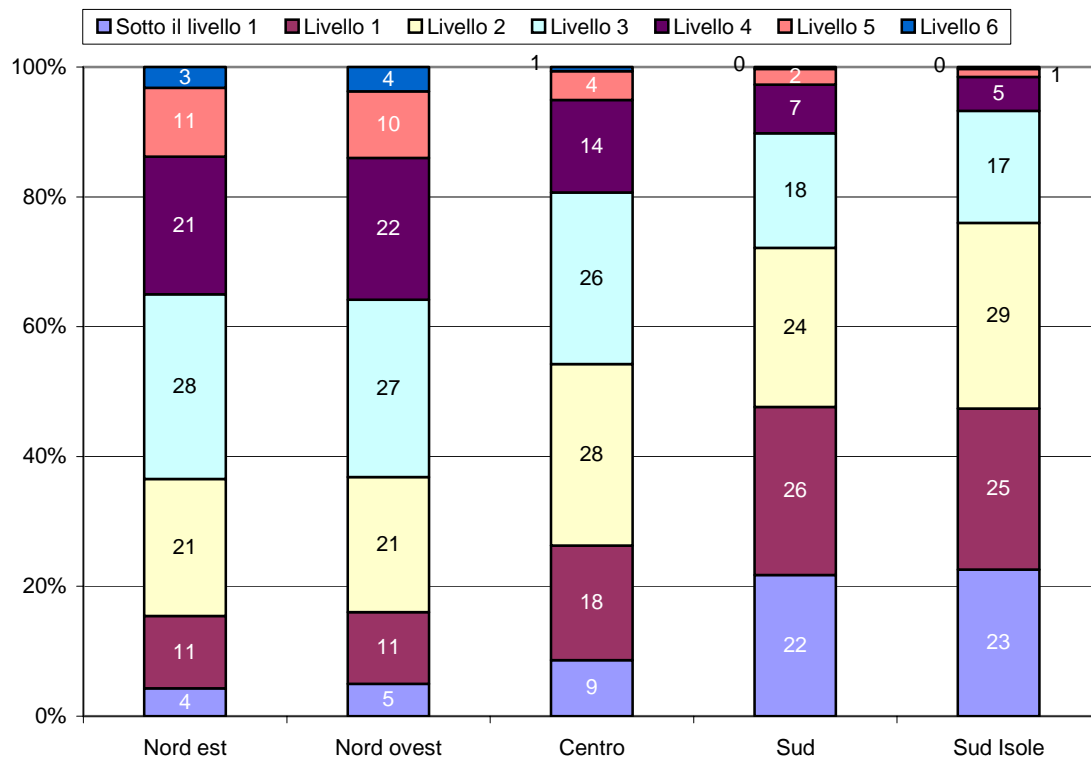


Punteggio medio sulla scala complessiva di competenza matematica

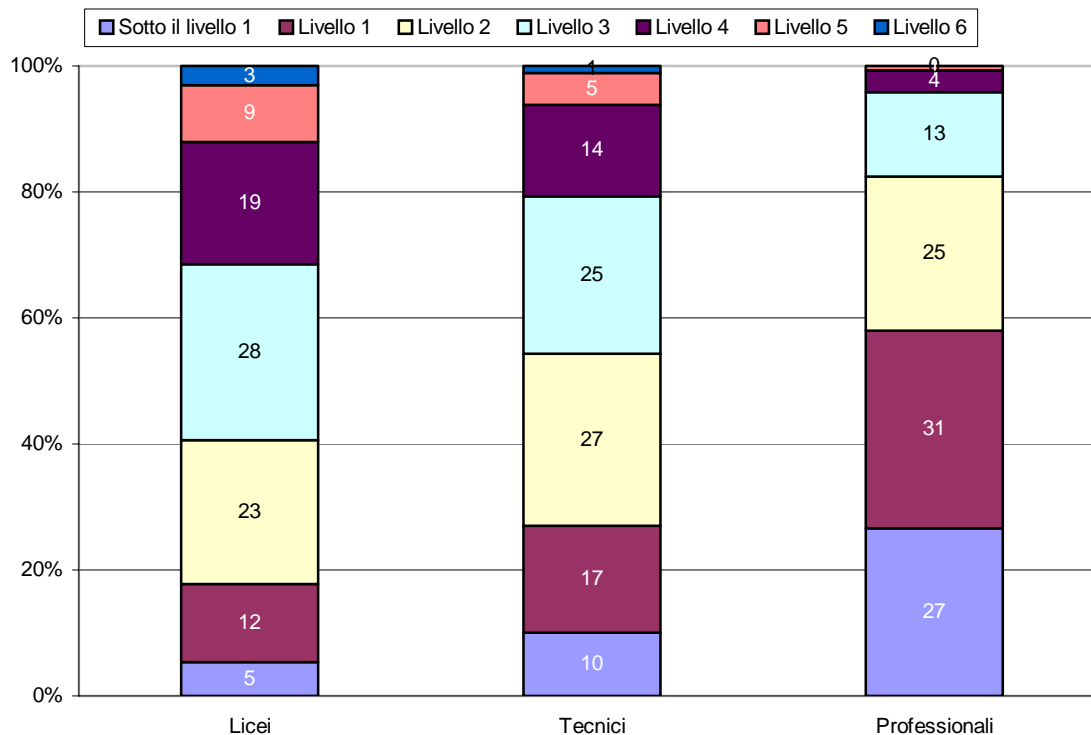
Le differenze, il vero grande problema che sembra emergere da questo excursus si riflettono prepotentemente su due ambiti, quello territoriale e quello della struttura scolastica. I due grafici seguenti lo illustrano efficacemente.



Confronto tra le medie di strato e alcuni paesi di riferimento



Distribuzione dei livelli di competenza per macro area



Distribuzione dei livelli di competenza per tipi di scuola

Il rapporto italiano²⁷ riportava queste conclusioni per la parte riguardante il rendimento in matematica,

L'educazione matematica a scuola ha in passato avuto fra i suoi obiettivi anche quello di individuare e formare una classe di tecnici o di laureati capaci di sostenere il progresso tecnologico e scientifico, sia quello di fornire a tutti un elementare livello di calcolo strumentale e di lettura di semplici informazioni quantitative. La complessità della vita moderna nelle società economicamente sviluppate ha progressivamente richiesto la diffusione di competenze matematiche, scientifiche e tecnologiche più avanzate ed impegnative in tutta la

popolazione adulta. Purtroppo l'Italia difetta di fasce alte della competenza ed abbonda simmetricamente di livelli troppo bassi che potrebbe costituire la causa di future esclusioni di parti consistenti della popolazione dal tessuto della vita attiva corrente e dal mercato del lavoro.

In questo senso le differenze troppo forti riscontrate sia a livello territoriale sia tra tipi di scuola denunciano che una buona e produttiva competenza per tutti e una eccellente performance per una buona élite costituiscono un obiettivo non ancora raggiunto. In altri parti del rapporto si possono riscontrare i contesti che determinano le differenze più vistose. La conoscenza di tali fattori consente forse di attivare strategie compensatorie ed interventi più mirati per ridurre il numero di coloro che si trovano al margine rispetto al possesso di competenze vitali per una cittadinanza attiva e consapevole. Come abbiamo più volte osservato, la prova di matematica PISA non va solo letta come una verifica diretta dello sviluppo dei curricoli scolastici esistenti ma piuttosto come una prospettiva di confronto tra politiche scolastiche che stanno innovando strutture, obiettivi e strumenti. Le comparazioni internazionali mostrano che quanto immaginato e richiesto nel quadro di riferimento concettuale e nella prova trova pratica attuazione in altri sistemi sociali ed educativi, sistemi che presentano caratteristiche a volte molto diverse ma che condividono con il nostro la prospettiva di un mondo sempre più globalizzato.

Conclusioni

Le conclusioni riportate dal rapporto PISA2003 potrebbero sintetizzare efficacemente la sostanza del problema. Va aggiunto però che, pur costituendo in questo momento il paradigma fondamentale su cui molti ragionamenti sulla scuola si stanno basando, il PISA è solo un punto di vista tra tanti che però ha il vantaggio di interrogare la scuola dall'esterno, dalla società e dal contesto internazionale.

Lo spartiacque del '90 costituito dal lancio dell'autonomia e di un sistema di valutazione sta producendo ancora risultati sotto forma di processi innovativi e di riforme in atto. Ma mentre sull'autonomia vi è una generale e bipartisan consenso, sulla valutazione il cammino è tortuoso e a volte contraddittorio. E' di questi giorni il dibattito sulla modalità più opportuna di realizzazione della valutazione di sistema, attraverso rilevazioni censimentarie, analitiche e sistematiche o attraverso più agili ed economici studi campionari. Del modello SNV²⁸, censimentario e sistematico, sono emerse le difficoltà gestionali legate soprattutto al controllo delle somministrazioni e alla qualità dei dati raccolti, ma in quello campionario appare evidente la scarsa presa sul reale diffuso delle scuole e la scarsa possibilità di processi virtuosi di autoregolazione fondata sulla conoscenza affidabile degli esiti.

Da queste brevi considerazioni sulla storia recente della valutazione in matematica emerge chiaramente che un problema complesso, diffuso, grave e intrecciato con una pluralità di variabili indipendenti (abbiamo fuggacemente accennato alla cosa ma su questo fronte la ricerca si va attrezzando sempre meglio) non può essere risolto dall'alto o in modo centralizzato: occorre sviluppare strumenti per l'accertamento e la valutazione che consentano ai singoli docenti di monitorare tempestivamente la situazione di ogni studente per intervenire, se possibile, (ciò per la matematica è una questione vitale poiché è una disciplina presente lungo tutto l'arco della scolarizzazione primaria e secondaria), occorre che la cultura del confronto e della rendicontazione diventi patrimonio normale a tutti i livelli, soprattutto all'interno degli istituti scolastici, occorre che la trama della pluralità degli attori e dei responsabili sia più incline a ragionare sui fatti e sui dati, occorre che l'Italia disponga di un sistema nazionale di valutazione autonomo e indipendente non condizionabile dalla ciclicità dello spoil system politico.

Per la matematica scolastica occorre che torni ad essere, o divenga maggiormente, un compito educativo adatto alla promozione culturale ed umana dei giovani, all'arricchimento delle loro potenzialità per l'inserimento nel lavoro e nel godimento della vita associata, occorre che si apra alla vita reale, alle altre discipline, alle possibili applicazioni, occorre che riduca la sua funzione selettiva dei più studiosi e volenterosi.

¹ M. Kline, *Why Johnny Can't Add: The Failure of the New Math*. St Martin's Press, 1973.

² International Association for the Evaluation of Educational Achievement. www.iea.nl

³ Trends in International Mathematics and Science Study <http://www.iea.nl/timss2007.html>

⁴ Program for international students assessment www.pisa.oecd.org

⁵ A. Tarantini, *Prova oggettiva di conoscenze matematiche per le classi prime delle scuole secondarie superiori*. IARD - OS Firenze 1971

⁶ M. Corda Costa, C. Polacek, Una verifica analitica della preparazione matematica di base all'inizio della scolarità secondaria superiore tramite un test fattoriale IARD-M. *Bollettino di psicologia applicata*, 1972, 109, 110, 111

⁷ M. Pellerey, Il progetto RICME dopo 2 anni. *Orientamenti pedagogici*, 1978, 5, 867-887. M. Pellerey, S. Sarti, Il progetto RICME dopo 5 anni. *Orientamenti pedagogici*, 1981, 5, 703-891.

⁸ A. Visalberghi, Rapporto generale sui risultati IEA in Italia e sulle ricerche connesse. Valutazione complessiva dei risultati. In *Misurazione del rendimento scolastico: indagine IEA e situazione italiana*. Quaderno degli Annali della Pubblica Istruzione, 5, Roma, 1977. E M. Laeng, I risultati IEA e le prospettive di innovazione nell'insegnamento delle

scienze e della matematica. In Misurazione del rendimento scolastico: indagine IEA e situazione italiana. Quaderno degli Annali della Pubblica Istruzione, 5, Roma, 1977.

⁹ Cnite, *Indagine sul profitto scolastico nelle scuole secondarie superiori sperimentali*. Ciclostilato, Roma 1980

¹⁰ E. Ambrisi, Il profitto di matematica: commenti e primi risultati di una indagine. In *Mathesis L'insegnamento della matematica: problemi e prospettive*, atti del convegno di Cattolica Luciani Roma 1982.

¹¹ C. Coggi, Competenze matematiche alla fine della scuola media in Piemonte. *Orientamenti Pedagogici* 1989, 6, 1122-1157

¹² R. Bolletta, *Il rendimento in matematica alla fine della scuola dell'obbligo: costruzione e validazione di un test oggettivo per l'accertamento finale e la diagnosi di ingresso degli studi successivi*. Roma, Tesi di dottorato in pedagogia, 1987 e R. Bolletta, *Preparazione matematica in Italia al termine della scuola media*. Frascati, Centro Europeo dell'Educazione, 1988

¹³ R. Bolletta, Prove oggettive nell'accertamento del profitto e nella valutazione. Il caso VAMIO. In G. Cacioppo *Costruire competenze per la valutazione scolastica*. Vol. II Sciascia editore Caltanissetta 1998

¹⁴ CENSIS, *Monitoraggio della riforma della scuola elementare*, voll I e II. Rapporto finale poligrafato. 1992

¹⁵ R. Bolletta, The curriculum of the scuola media since 1979. In: D. F. Robitaille (Ed.), *Evaluation and Assessment*, UNESCO, Parigi, 1988, 81-87

¹⁶ SERIS Servizio di Rilevazione di Sistema attivato nel 1998-99 al CEDE trasformato in Istituto Nazionale di Valutazione <http://archivio.invalsi.it/seris/index.htm>

¹⁷ A. M. Caputo, B. Vertecchi *La scuola in Italia . Anno scolastico 1998-1999*. FrancoAngeli Milano 2000

¹⁸ SERIS Servizio di Rilevazione di Sistema attivato nel 1998-99 al CEDE trasformato in Istituto Nazionale di Valutazione <http://archivio.invalsi.it/seris/index.htm>

¹⁹ <http://archivio.invalsi.it/seris/index.htm>

²⁰ H. Freudenthal, Pupils' Achievements Internationally Compared - The IEA. *Educational Studies in Mathematics*, 1975, 2, 127-187.

²¹ La tabella è tratta dalla sintesi del rapporto presente in http://timss.bc.edu/timss1995i/TIMSSPDF/C_admath.pdf pag. 128.

²² Nella sintesi del rapporto disponibile in http://isc.bc.edu/timss1999i/pdf/T99i_Math_1.pdf pag. 36

²³ OCSE PISA 2003 Assessment Framework: Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills OCSE PISA (a cura di), Pisa 2003 - Valutazione dei quindicenni Armando editore - INValSI - Frascati 2004

²⁴ <http://www.oecd.org/dataoecd/31/25/33685164.pdf>

²⁵ Learning for Tomorrow's World – First Results from PISA 2003 OECD 2004

²⁶ Learning for Tomorrow's World – First Results from PISA 2003 OECD 2004 pag. 57

²⁷ INVALSI Rapporto nazionale OCSE-PISA 2003. Il livello dei quindicenni italiani in matematica, lettura, scienze e problem solving. Armando Editore, Roma 2006

²⁸ www.invalsi.it